

# KỸ THUẬT ĐIỆN

## CHƯƠNG II

### DÒNG ĐIỆN SIN

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

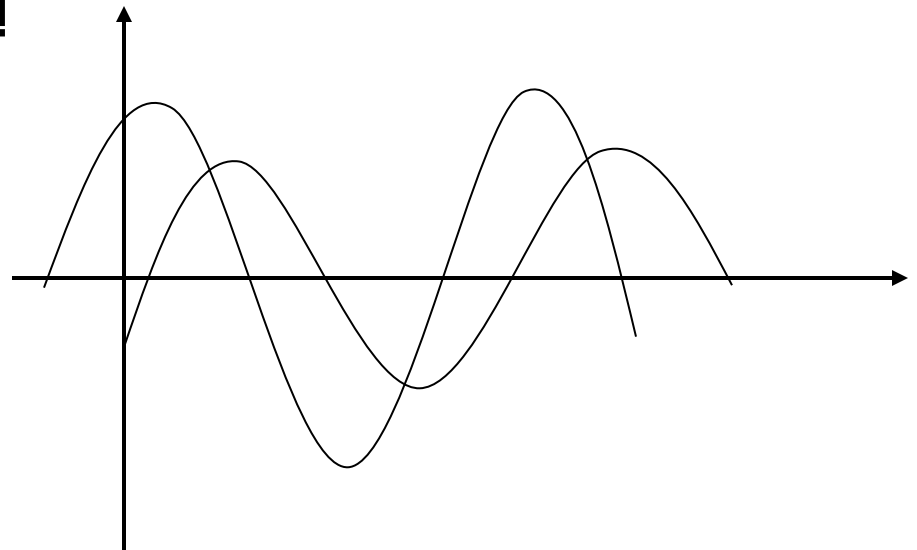
**Khái niệm:** Dòng điện xoay chiều biến đổi theo quy luật hàm sin của thời gian là dòng điện sin

## I. Các đại lượng đặc trưng cho dòng điện sin

Trị số của dòng điện, điện áp sin ở một thời điểm  $t$  gọi là **trị số tức thời**

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## I. Các đại lượng đặc trưng cho dòng điện sin

Trị số tức thời của dòng điện, điện áp:  $i, u = f(t)$

Trị số cực đại (biên độ) của dòng điện, điện áp:  $I_m ; U_m$

Góc pha (gọi tắt là pha) của dòng điện, điện áp:  $(\omega t + \psi_i), (\omega t + \psi_u)$

Pha đầu của dòng điện, điện áp:  $\psi_i, \psi_u$

Chu kỳ của dòng điện sin:  $T$  (s)                      Tần số:  $f$  (Hz)

Tần số góc của dòng điện sin:  $\omega$  (rad/s)

Quan hệ giữa hai loại tần số:                       $\omega = 2\pi.f$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## I. Các đại lượng đặc trưng cho dòng điện sin

Góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện thường ký hiệu là  $\varphi$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i$$

***Góc lệch pha phụ thuộc vào tính chất của mạch điện***

$\varphi > 0$  : điện áp sớm pha dòng điện (dòng điện chậm pha điện áp)

$\varphi < 0$  : điện áp chậm pha dòng điện (dòng điện sớm pha điện áp)

$\varphi = 0$  : điện áp trùng pha dòng điện

Biểu thức giá trị tức thời:  $u = U_m \sin \omega t$

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## II. Trị số hiệu dụng của dòng điện sin

Công suất trung bình điện trở tiêu thụ trong thời gian một chu kỳ

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt = R \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$$

Công suất dòng một chiều trên điện trở R

$$P = RI^2$$

Điều chỉnh dòng  $i$  (xoay chiều) sao cho công suất bằng công suất dòng điện một chiều

$$RI^2 = R \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt \quad \rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

**Giá trị dòng điện theo biểu thức trên được gọi là trị hiệu dụng**

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## II. Trị số hiệu dụng của dòng điện sin

Trị số hiệu dụng của dòng điện xoay chiều được dùng để đánh giá, tính toán hiệu quả tác động của dòng điện biến thiên chu kỳ

Trị hiệu dụng kí hiệu bằng chữ cái in hoa: U, I, E, P ...

Quan hệ giữa trị số hiệu dụng và biên độ của dòng điện sin

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

Biểu thức giá trị tức thời theo giá trị hiệu dụng:

$$u = \sqrt{2}U \sin \omega t$$

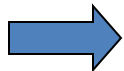
$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi)$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

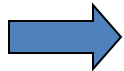
## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Tại sao phải biểu diễn dòng điện sin?



**Thuận lợi cho tính toán**

Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin?



- **Bằng véc tơ**
- **Bằng số phức**

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

### 1. Biểu diễn dòng điện sin bằng véc tơ

- Biểu diễn trong hệ trục tọa độ đề các xOy
- Vectơ có độ lớn (môđun) bằng trị số hiệu dụng
- Góc giữa véc tơ và trục Ox bằng pha đầu

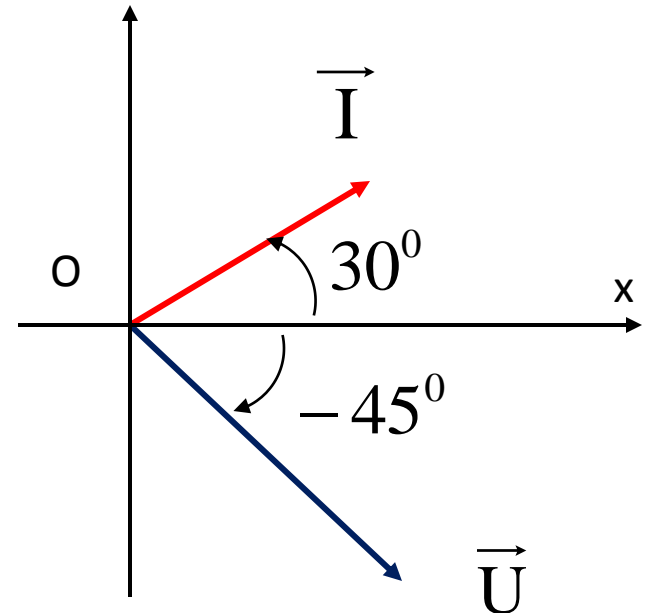
Biểu diễn đại lượng sin

$$i = \sqrt{2}.15 \sin(\omega t + 30^{\circ})$$

Mô đun = 10; góc pha = 30 độ

$$u = \sqrt{2}.20 \sin(\omega t - 45^{\circ})$$

Mô đun = 20; góc pha = -45 độ





# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Các phép tính:

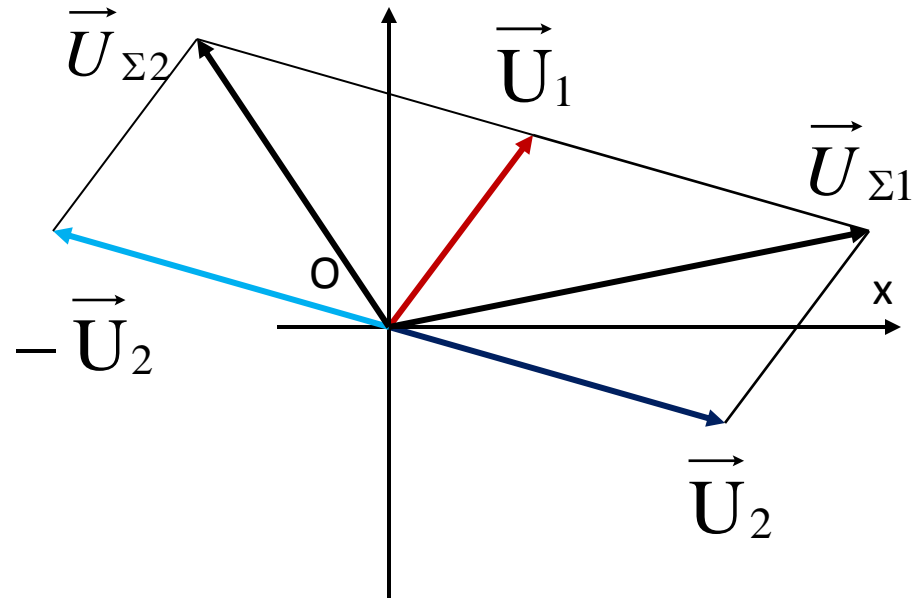
+ Cộng véc tơ

→ Quy tắc hình bình hành

+ Trừ véc tơ

→ Cộng với véc tơ ngược chiều

$$\vec{U}_{\Sigma 2} \equiv \vec{U}_1 \pm (\vec{U}_2 \text{ ngược chiều})$$



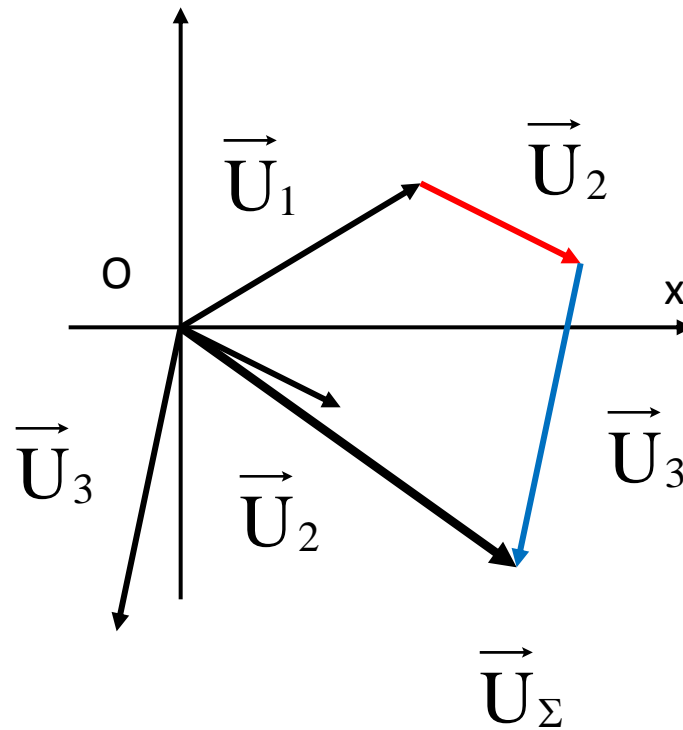
# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Cộng nhiều hơn 2 véc tơ → **Đặt liên tiếp các véc tơ**

$$\vec{U}_{\Sigma} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3$$



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Định luật Kirchhoff được viết dưới dạng đại lượng véctor

Định luật Kirchhoff 1:

$$\sum \vec{I} = 0$$

Định luật Kirchhoff 2:

$$\sum \vec{U} = \sum \vec{E}$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

### *2. Biểu diễn dòng điện sin bằng số phức*

- Biểu diễn trong hệ trục tọa độ đề các xOy, thay trục Ox bằng trục số thực +1, và thay trục Oy bằng trục số ảo +j
- Vector có độ lớn (môđun) bằng trị số hiệu dụng
- Góc giữa véc tơ và trục +1 bằng pha đầu

Số phức biểu diễn các đại lượng sin ký hiệu bằng các chữ in hoa, có dấu chấm ở trên

$\dot{I}$  ;  $\dot{U}$  ;  $\dot{E}$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Ví dụ:

$$i = \sqrt{2} \cdot 10 \sin(\omega t - 30^\circ)$$

Biểu diễn số phức có mô đun = 10, góc pha =  $-30^\circ$      $\dot{I} = 10e^{-j30^\circ}$

$$\dot{U} = 200e^{j60^\circ}$$

Biểu diễn đại lượng sin tức thời có mô đun = 200, góc pha =  $60^\circ$

$$u = \sqrt{2} \cdot 200 \sin(\omega t + 60^\circ)$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

## III. Các phương pháp biểu diễn dòng điện sin

Hình chiếu của véc tơ xuống các trục thực (+1) và trục ảo (+j) được gọi là phần thực và phần ảo của số phức

Phần thực = mô đun x  $\cos\varphi$

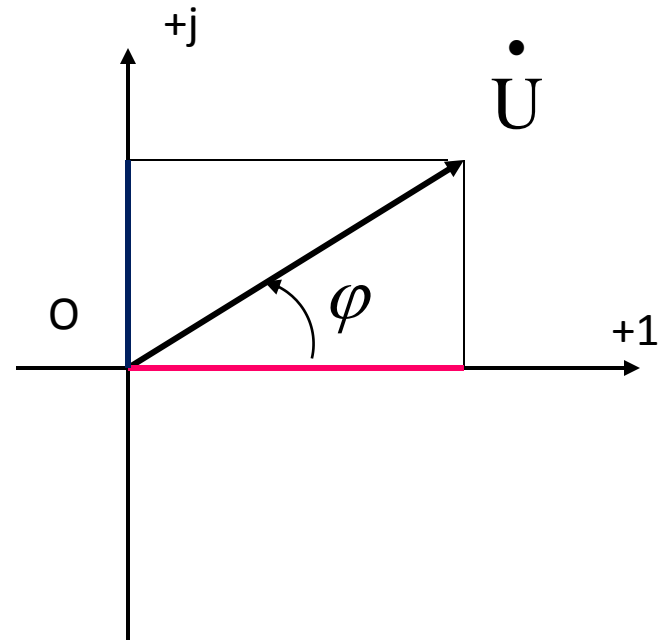
Phần ảo = mô đun x  $\sin\varphi$

Số phức có hai dạng:

+ **Dạng số mũ** viết như sau: (mô đun)  $e^{j(\text{góc pha})}$

hoặc (mô đun)  $\angle$  (góc pha)

+ **Dạng đại số** viết như sau: (phần thực) + j (phần ảo)



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

### 1. Cộng và trừ với số phức

Biến đổi số phức về dạng đại số, rồi cộng (trừ) phần thực với phần thực, phần ảo với phần ảo

$$(a + jb) \pm (c + jd) = (a \pm c) + j(b \pm d)$$

### 2. Nhân và chia với số phức

Biến đổi số phức về dạng mũ, nhân (chia) môđun, còn số mũ thì cộng (trừ) cho nhau

$$Ae^{j\alpha} \times Be^{j\beta} = A \times Be^{j(\alpha+\beta)}$$

$$\frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

Nhân (chia) dưới dạng đại số:

Nhân số phức dạng đại số

$$(a + jb)(c + jd) = (ac + jad + jbc + j^2bd) = (ac - bd) + j(ad + bc)$$

$$\text{Vì } j^2 = -1$$

Chia số phức dạng đại số

Nhân tử và mẫu số với số phức liên hợp của mẫu số

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{(a + jb)(c - jd)}{(c + jd)(c - jd)} = \frac{(ac + bd) + j(bc - ad)}{c^2 + d^2}$$



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

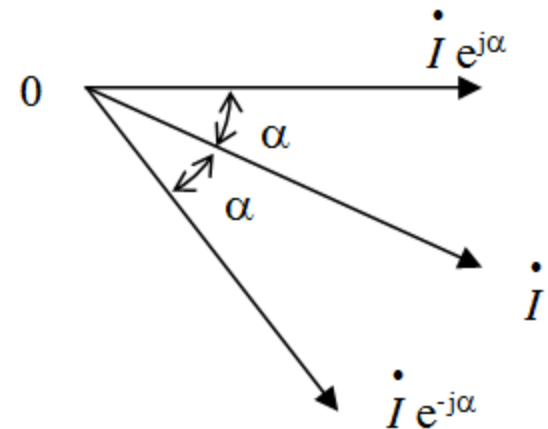
## IV. Các phép tính với số phức

### 3. Nhân số phức với $e^{\pm j\alpha}$

$$Ae^{j\psi} \cdot e^{\pm j\alpha} = Ae^{j(\psi \pm \alpha)}$$

Nhân số phức với  $e^{j\alpha}$  ta quay véc tơ biểu diễn số phức ấy đi một góc  $\alpha$  ngược chiều quay kim đồng hồ.

Nhân số phức với  $e^{-j\alpha}$  ta quay véc tơ biểu diễn số phức ấy đi một góc  $\alpha$  cùng chiều quay kim đồng hồ



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

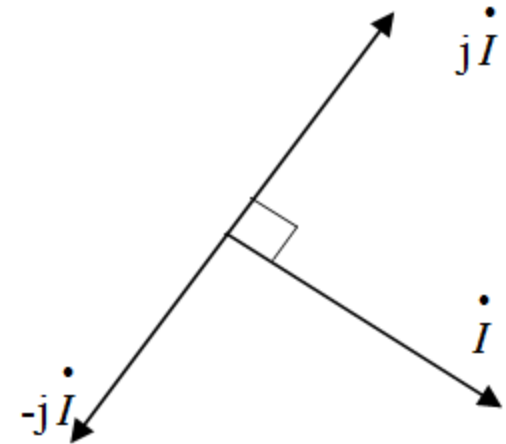
## IV. Các phép tính với số phức

### 4. Nhân số phức với $\pm j$

Theo công thức O'le

$$e^{j\pi/2} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = j$$

$$e^{-j\pi/2} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -j$$



Như vậy:

Nhân một số phức với  $j$ , ta quay vectơ biểu diễn số phức đó đi một góc  $\pi/2$  ngược chiều kim đồng hồ.

Nhân với  $(-j)$  ta quay đi một góc  $\pi/2$  cùng chiều kim đồng hồ

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

### 5. Biểu diễn đạo hàm $\frac{di}{dt}$

Đại lượng sin:  $i = \sqrt{2}I \sin \omega t$

Đạo hàm:  $\frac{di}{dt} = \sqrt{2}\omega I \cos \omega t = \omega\sqrt{2}I \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Quy tắc biểu diễn : Về môđun nhân thêm lượng  $\omega$ , về góc pha vượt trước  $\pi/2$ .

$$\frac{di}{dt} \text{ ----- } \rightarrow j\omega \dot{I}$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

### 6. Biểu diễn tích phân $\int i dt$

Đại lượng sin:  $i = \sqrt{2}I \sin \omega t$

Tích phân:  $\int_0^t i dt = -\sqrt{2} \frac{I}{\omega} \cos \omega t = \frac{1}{\omega} \sqrt{2}I \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$

Quy tắc biểu diễn : Về môđun chia cho lượng  $\omega$ , về góc pha chậm sau  $\pi/2$ .

$$\int_0^t i dt \text{ --- } \rightarrow \frac{\dot{I}}{j\omega}$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

### 7. Biểu diễn các định luật Kiếckhốp dưới dạng phức

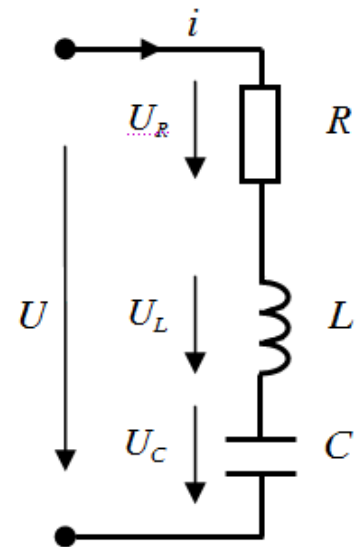
Định luật Kiếckhốp 1

$$\sum \dot{I} = 0$$

Định luật Kiếckhốp 2

Cho một nhánh gồm R - L - C nối tiếp, viết định luật Kiếckhốp 2, ta được:

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt$$



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

## IV. Các phép tính với số phức

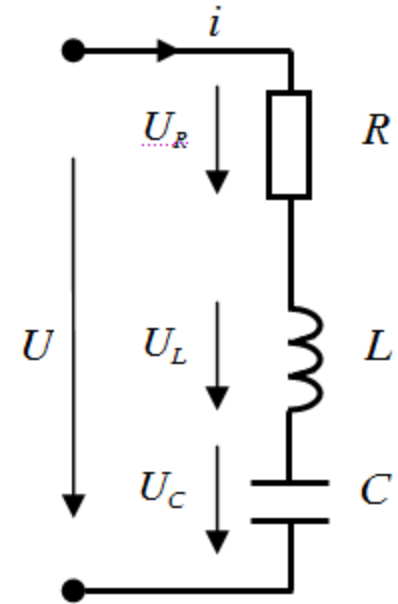
Chuyển sang dạng phức:

$$Ri \rightarrow \dot{I} \cdot R$$

$$\frac{1}{C} \int i dt \rightarrow \frac{1}{j\omega C} \dot{I}$$

$$L \frac{di}{dt} \rightarrow j\omega L \cdot \dot{I}$$

$$\dot{U} = R \dot{I} + j\omega L \dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C}$$



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## IV. Các phép tính với số phức

$$\dot{U} = [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})] \dot{I} = \bar{Z} \dot{I}$$

$$\bar{Z} = R + j(X_L - X_C) = R + jX$$

$$X_L = \omega.L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega.C}$$

Z – tổng trở

$X_L$  – cảm kháng

$X_C$  – dung kháng

Tổng quát định luật Kirchhoff 2 viết cho mạch vòng kín dưới dạng phức

$$\sum \bar{Z} \dot{I} = \sum \dot{E}$$

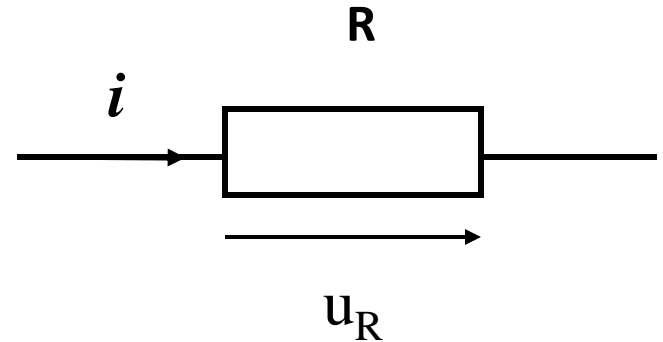
# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## V. Dòng điện sin trong các phần tử của mô hình mạch điện

### 1. Dòng điện sin trong nhánh thuần điện trở

Khi có dòng điện  $i = I_m \sin \omega t$  qua điện trở  $R$ , điện áp rơi trên điện trở:



$$u_R = R \cdot i = R I_m \sin \omega t$$

$$u_R = U_{Rm} \sin \omega t = \sqrt{2} U_R \sin \omega t$$

Trong đó:  $U_{Rm} = I_m R$

$$U_R = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}} = I \cdot R$$



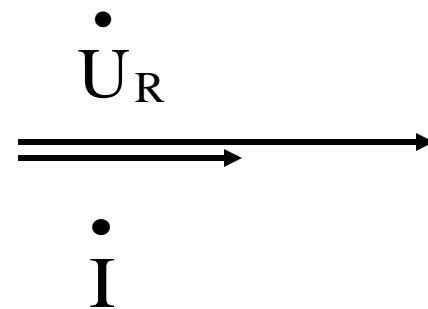
## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Quan hệ giữa trị số hiệu dụng của dòng và áp:  $I = \frac{U_R}{R}$

Dạng phức:  $\dot{I} = \frac{\dot{U}_R}{R}$

Đồ thị véc tơ:



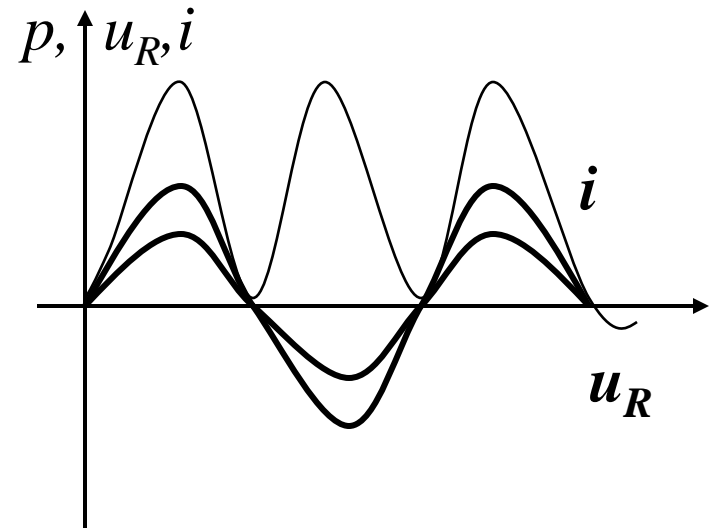
## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Đồ thị giá trị tức thời

Công suất tức thời:

$$\begin{aligned} p_R(t) &= u_R \cdot i = \sqrt{2}U_R \sin \omega t \sqrt{2}I \sin \omega t \\ &= 2U_R I \sin^2 \omega t = U_R I (1 - \cos 2\omega t) \end{aligned}$$



Công suất trên điện trở  $p \geq 0 \rightarrow$  điện trở chỉ tiêu thụ công suất

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Công suất tác dụng trong một chu kỳ

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p_R(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_R I (1 - \cos 2\omega t) dt$$

Lấy tích phân:

$$P = U_R I = I^2 R$$

Đơn vị công suất tác dụng là oát (W), bội số kW, MW

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Nhận xét về dòng điện sin trong nhánh thuần trở

- Dòng điện và điện áp:
  - + Là các đại lượng sin
  - + Cùng tần số
  - + Trùng pha
- Luôn có sự tiêu thụ điện năng của nguồn để biến sang các dạng năng lượng khác ( $P_R(t) \geq 0$ )

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## 2. Dòng điện sin trong nhánh thuần điện cảm

Khi có dòng  $i = I_m \sin \omega t$  đi qua điện cảm  $L$ ,  
điện áp trên điện cảm:

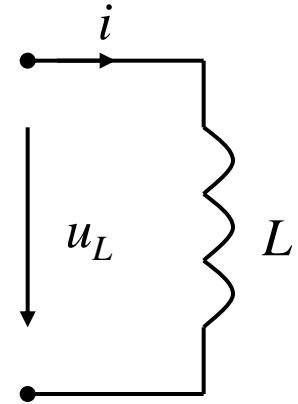
$$\begin{aligned} u_L(t) &= L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_m \sin \omega t)}{dt} = \omega L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \\ &= X_L I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_{Lm} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$u_L(t) = \sqrt{2} U_L \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

Trong đó:  $U_{Lm} = X_L I_m$

$$U_L = X_L I$$

$X_L = \omega L$  có thứ nguyên điện trở đo bằng  $\Omega$  gọi là cảm kháng



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Quan hệ giữa trị số dòng và áp theo định luật Ôm:  $I = \frac{U_L}{X_L}$

Dạng phức:  $\dot{I} = \frac{\dot{U}_L}{jX_L}$

Công suất tức thời của điện cảm:

$$p_L(t) = u_L i = U_{Lm} I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \sin \omega t$$

$$= \frac{U_{Lm} I_m}{2} \sin 2\omega t = U_L I \sin 2\omega t$$

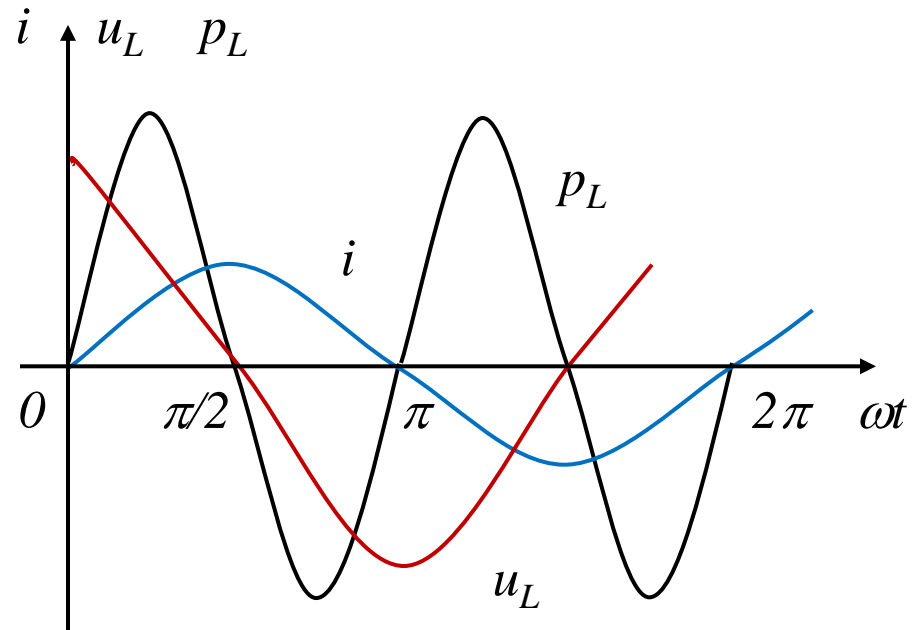
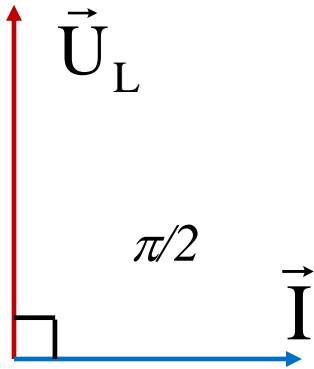
Công suất tác dụng

$$P_L = \frac{1}{T} \int_0^T p_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_L I \sin 2\omega t dt = 0$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

Đồ thị tức thời

Đồ thị véctơ phức



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Nhận xét:***

- Dòng điện và điện áp có cùng tần số, song dòng điện chậm sau điện áp một góc 90 độ
- Hiện tượng trao đổi năng lượng (tích, phóng).
  - Khoảng  $\omega t = 0$  đến  $\omega t = \pi/2$ , công suất  $p_L(t) > 0$ , điện cảm nhận năng lượng và tích lũy trong từ trường.
  - Khoảng  $\omega t = \pi/2$  đến  $\omega t = \pi$ , công suất  $p_L(t) < 0$ , năng lượng tích lũy trả lại cho nguồn và mạch ngoài.
  - Do vậy công suất tác dụng  $P = 0$ , tức không có hiện tượng tiêu tán năng lượng.
  - Đặc trưng cho cường độ quá trình trao đổi năng lượng của điện cảm là công suất phản kháng  $Q_L$

$$Q_L = U_L I = I^2 X_L$$

Đơn vị của công suất phản kháng là Var hoặc  $k\text{VAr} = 10^3 \text{Var}$ .



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### 3. Dòng điện sin trong nhánh thuần điện dung

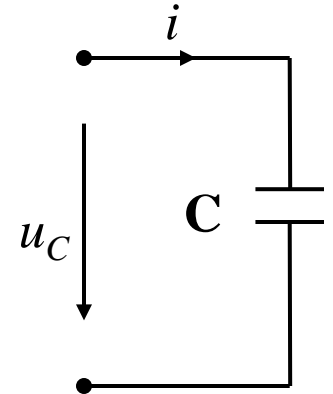
Khi có dòng điện  $I = I_m \sin \omega t$  qua điện dung, điện áp trên điện dung  $u_C$

$$\begin{aligned} u_C(t) &= \frac{1}{C} \int i dt = \frac{1}{C} \int I_m \sin \omega t dt = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= X_C I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = U_{Cm} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} U_C \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Trong đó  $U_{Cm} = X_C I_m$        $U_C = \frac{U_{Cm}}{\sqrt{2}}$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$X_C$  có thứ nguyên của điện trở, đo bằng Ôm được gọi là dung kháng



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Quan hệ giữa dòng và áp theo định luật Ôm:

$$I = \frac{U_C}{X_C}$$

Dạng phức:  $\dot{I} = \frac{\dot{U}_C}{-jX_C}$

Công suất tức thời:

$$\begin{aligned} p_C(t) &= u_C i = U_{Cm} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \sin \omega t \\ &= -\frac{U_{Cm} I_m}{2} \sin 2\omega t = -U_C I \sin 2\omega t \end{aligned}$$

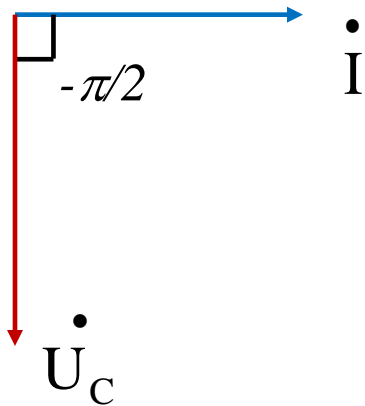
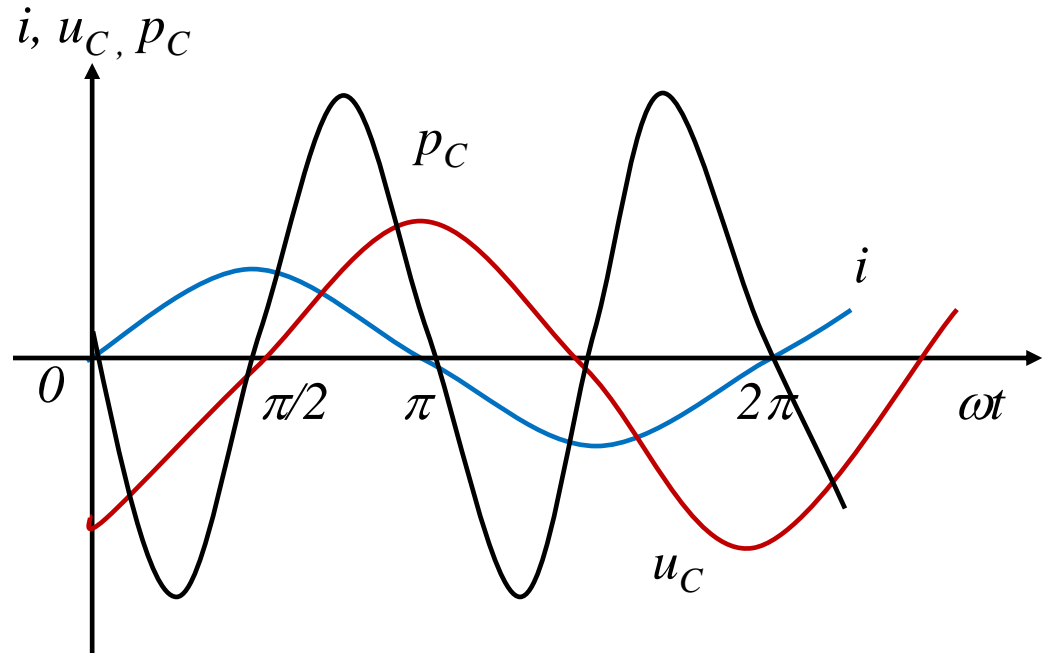
Công suất tác dụng:

$$P_C = \frac{1}{T} \int_0^T p_C(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_C I \sin 2\omega t dt = 0$$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

Đồ thị tức thời

Đồ thị véctơ phức



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Nhận xét:

- Trong nhánh thuần điện dung, dòng điện và điện áp có cùng tần số song dòng điện vượt trước điện áp một góc  $90^\circ$

- Trong nhánh thuần điện dung có hiện tượng trao đổi năng lượng (tích, phóng), giữa điện dung và phần còn lại của mạch.

Công suất tác dụng  $P = 0$  tức không có hiện tượng tiêu tán năng lượng.

- Để đặc trưng cho cường độ quá trình trao đổi năng lượng của điện dung, người ta đưa ra khái niệm công suất phản kháng  $Q_C$  của điện dung

$$Q_C = -U_C I = -I^2 X_C$$

Đơn vị đo công suất phản kháng là Var hoặc  $k\text{Var} = 10^3 \text{Var}$ .

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### 4. Dòng điện sin trong nhánh R-L-C nối tiếp

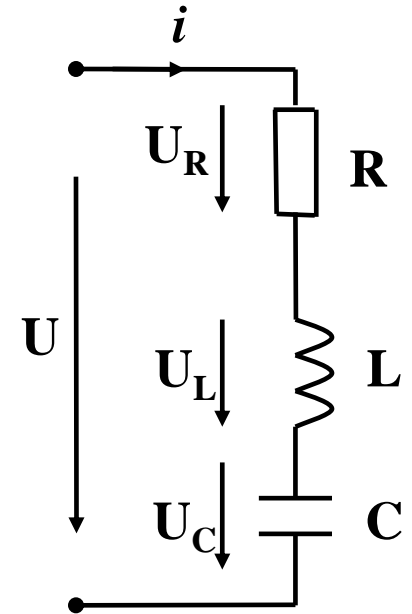
Khi cho dòng điện  $i = I_m \sin \omega t$  qua nhánh R-L-C nối tiếp sẽ gây ra các điện áp  $u_R$ ,  $u_L$ ,  $u_C$  trên các phần tử R, L, C.

Theo định luật Kiếchốp 2 cho vòng kín

$$u_R + u_L + u_C = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$$

Dạng phức

$$\begin{aligned} \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C &= \dot{I}R + j\dot{I}X_L - j\dot{I}X_C \\ &= \dot{I}(R + j(X_L - X_C)) = \dot{I}(R + jX) = \dot{I}\bar{Z} \end{aligned}$$



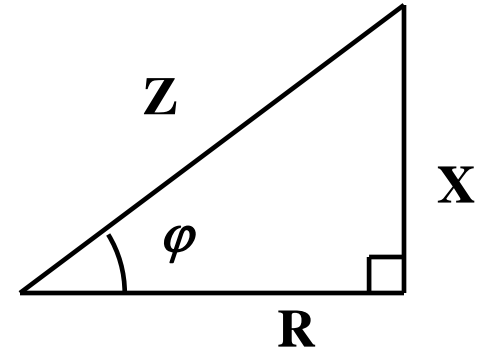
## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Điện kháng  $X = X_L - X_C$

Tổng trở phức  $\bar{Z} = R + jX$

Tổng trở  $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$



Ta thấy điện trở R, điện kháng X và tổng trở Z là ba cạnh của một tam giác vuông mà cạnh huyền là tổng trở Z, hai cạnh góc vuông là điện trở R và điện kháng X.

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Quan hệ giữa dòng và áp theo định luật Ôm:  $I = \frac{U}{Z}$

Dạng phức:  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}$

Góc lệch pha giữa dòng và áp  $\varphi = \psi_u - \psi_i$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L - U_C}{U_R} = \arctg \frac{I(X_L - X_C)}{IR}$$

$$\varphi = \arctg \frac{X}{R}$$

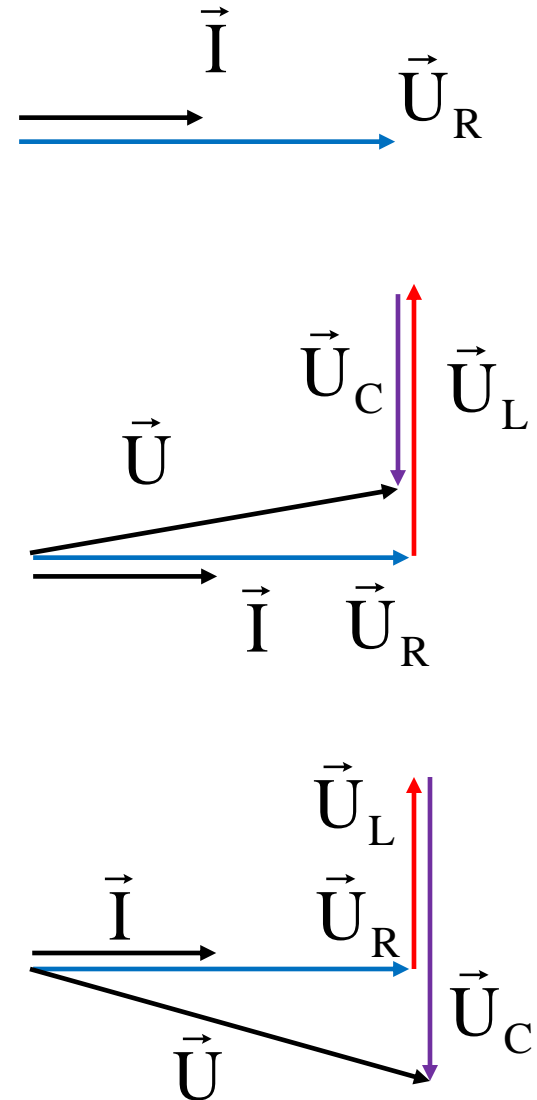
# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

## ***Các trường hợp đối với góc lệch pha $\varphi$ :***

Khi  $X_L = X_C$ ,  $\varphi = 0$ , dòng điện trùng pha với điện áp, lúc này trong mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng điện áp, dòng điện trong nhánh đạt trị số lớn nhất.

Khi  $X_L > X_C$ ,  $\varphi > 0$ , mạch có tính chất điện cảm, dòng điện chậm sau điện áp một góc  $\varphi$

Khi  $X_L < X_C$ ,  $\varphi < 0$ , mạch có tính chất điện dung, dòng điện vượt trước điện áp một góc  $\varphi$





## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Tổng dẫn phức được định nghĩa:

$$\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2}$$

$$\bar{Y} = \frac{R}{Z^2} - j \frac{X}{Z^2} = G - jB$$

Dạng mũ:  $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} e^{-j} = Y e^{-j}$

$$Y = \frac{1}{Z} \quad Y \text{ có thứ nguyên là } 1/\Omega \text{ kí hiệu là S (Simen),}$$

mô đun của tổng dẫn phức

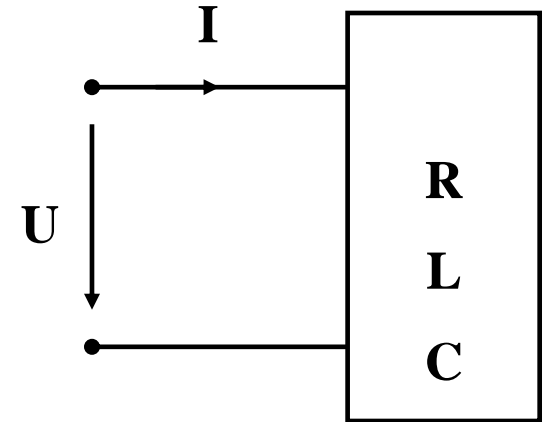
# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## 5. Công suất của dòng điện sin

Trường hợp tổng quát, mạch điện có thể chỉ có một nhánh, một phần tử, một thiết bị như đã xét ở trên, hoặc gồm nhiều nhánh có các thông số R, L, C

Khi biết dòng điện I, điện áp U, góc lệch pha  $\varphi$  giữa điện áp và dòng điện ở đầu vào, hoặc biết các thông số R, L, C của các nhánh, ta tính được công suất



Đối với dòng điện xoay chiều có ba loại công suất P, Q, S.

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### a. Công suất tác dụng $P$

Công suất trung bình trong một chu kỳ

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u.i dt$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \sqrt{2}U \sin \omega t \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) dt$$

$$P = UI \cos \varphi$$

Công suất tác dụng  $P$  có thể được tính bằng tổng công suất tác dụng trên các điện trở của các nhánh trong mạch.

$$P = \sum I_i^2 R_i$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### *b. Công suất phản kháng Q*

Công suất phản kháng Q đặc trưng cho cường độ quá trình trao đổi năng lượng điện từ trường

$$Q = UI \sin \varphi$$

Công suất phản kháng có thể được tính bằng tổng công suất phản kháng của điện cảm và điện dung trong mạch điện

$$Q = Q_L + Q_C = \sum I_i^2 X_{L_i} - \sum I_j^2 X_{C_j}$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

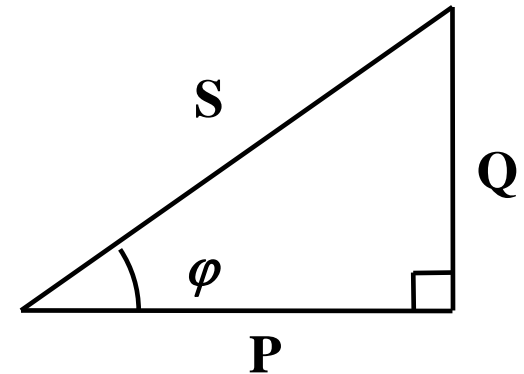
---

### c. Công suất biểu kiến $S$

Công suất biểu kiến (còn gọi là công suất toàn phần) được định nghĩa

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI$$

Quan hệ giữa  $S$ ,  $P$ ,  $Q$  được mô tả bằng một tam giác vuông, trong đó  $S$  là cạnh huyền,  $P$ ,  $Q$  là hai cạnh góc vuông, còn gọi là tam giác công suất



$P$ ,  $S$ ,  $Q$  có cùng một thứ nguyên, song để phân biệt ta cho các đơn vị khác nhau.

Đơn vị của  $P$  là  $W$ , của  $Q$  là  $Var$ , còn của  $S$  là  $VA$

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## 6. Nâng cao hệ số công suất

$\cos\varphi$  được gọi là hệ số công suất.

Hệ số  $\cos\varphi$  là chỉ tiêu kỹ thuật quan trọng, có ý nghĩa rất lớn về kinh tế.

Nâng hệ số  $\cos\varphi$  sẽ tăng được khả năng sử dụng công suất nguồn.

Ví dụ một máy phát điện có  $S_{đm} = 10.000$  kVA

Khi  $\cos\varphi = 0,7 \rightarrow$  công suất  $P_{đm} = S_{đm} \cos\varphi = 10000 \cdot 0,7 = 7000$  kW,

Nếu nâng  $\cos\varphi = 0,9 \rightarrow P_{đm} = 10000 \cdot 0,9 = 9000$  kW.

Như vậy rõ ràng sử dụng thiết bị có lợi hơn rất nhiều.

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Mặt khác nếu cần một công suất  $P$  nhất định trên đường dây một pha thì dòng điện chạy trên đường dây

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}$$

Nếu  $\cos \varphi$  lớn thì  $I$  sẽ nhỏ dẫn đến tiết diện dây nhỏ hơn, và tổn hao điện năng trên đường dây sẽ bé, điện áp rơi trên đường dây cũng giảm đi.

Trong sinh hoạt và trong công nghiệp tải thường có tính chất điện cảm nên  $\cos \varphi$  thấp vì vậy phải nâng hệ số công suất.

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

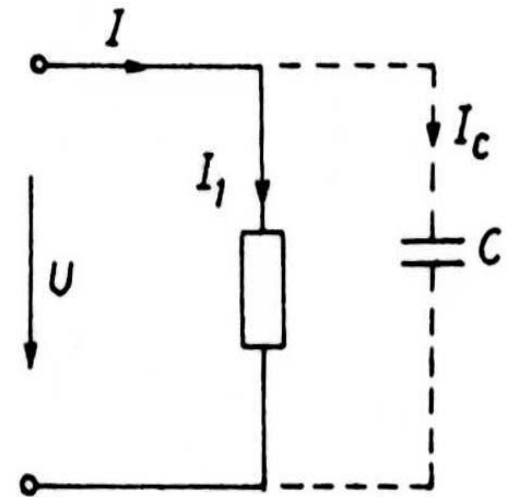
---

Để nâng cao  $\cos\varphi$  ta dùng tụ nối song song với tải

Khi chưa bù (chưa có nhánh tụ điện) dòng điện trên đường dây  $I$  bằng dòng điện qua tải  $I_1$ , hệ số công suất của mạch là  $\cos\varphi_1$  của tải.

Khi có bù (có nhánh tụ điện), dòng điện trên đường dây  $I$  là tổng dòng điện qua tải  $I_1$  và dòng điện qua điện dung  $I_C$

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_C$$





## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

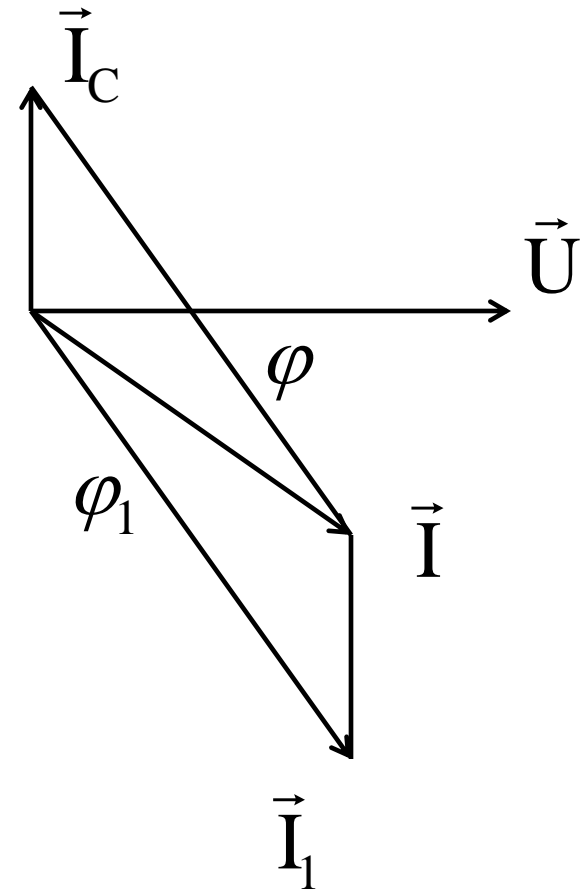
Từ đồ thị véc tơ hình bên ta thấy:

- Dòng điện  $I$  trên đường dây giảm
- Hệ số  $\cos\varphi$  tăng

$$I < I_1$$

$$\varphi < \varphi_1$$

$$\cos\varphi > \cos\varphi_1$$



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Công suất  $P$  của tải không đổi, lúc chưa bù chỉ có công suất  $Q_1$  của tải

$$Q_1 = P.tg\varphi_1$$

Lúc bù, hệ số công suất là  $\cos\varphi$ , công suất phản kháng của mạch

$$Q = P.tg\varphi$$

Công suất phản kháng của mạch gồm:  $Q_1$  của tải và  $Q_C$  của tụ điện

$$Q = Q_1 + Q_C = P.tg\varphi_1 + Q_C = P.tg\varphi$$

$$Q_C = P.tg\varphi_1 - P.tg\varphi = P(tg\varphi_1 - tg\varphi)$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Công suất phản kháng của tụ điện

$$Q_C = -U.I_C = -U.U.\omega.C = -U^2\omega.C$$

Giá trị điện dung C cần thiết để nâng hệ số công suất mạch điện từ  $\cos\varphi_1$  lên  $\cos\varphi$

$$C = \frac{P}{U^2\omega} (\operatorname{tg}\varphi_1 - \operatorname{tg}\varphi)$$

Ngoài cách dùng tụ hay máy bù đồng bộ để nâng cao hệ số công suất, người ta còn dùng các biện pháp khác:

- Tránh dùng các máy biến áp chạy non tải
- Dùng động cơ chạy non tải hoặc không tải
- Thay thế các đèn có  $\cos\varphi$  thấp (đèn huỳnh quang) bằng các đèn có  $\cos\varphi$  cao

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### VI. Một số ví dụ

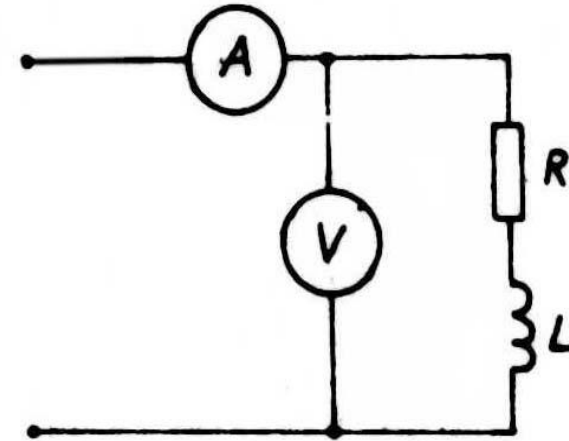
#### *Ví dụ 1:*

Xác định thông số của cuộn dây R và L:

Điện áp một chiều  $U = 12 \text{ V}$ ,  $I = 0,5 \text{ A}$

Điện áp xoay chiều  $50 \text{ Hz}$ ,  $U = 220 \text{ V}$ ,  $I = 5 \text{ A}$

Tìm thông số R, L của cuộn dây



#### *Bài giải:*

Khi đặt điện áp một chiều ta được

$$R = \frac{U}{I} = \frac{12}{0,5} = 24\Omega$$

Khi đặt điện áp xoay chiều ta được

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44\Omega$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{44^2 - 24^2} = 36,88\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{36,88}{314} = 0,117 \text{ H}$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

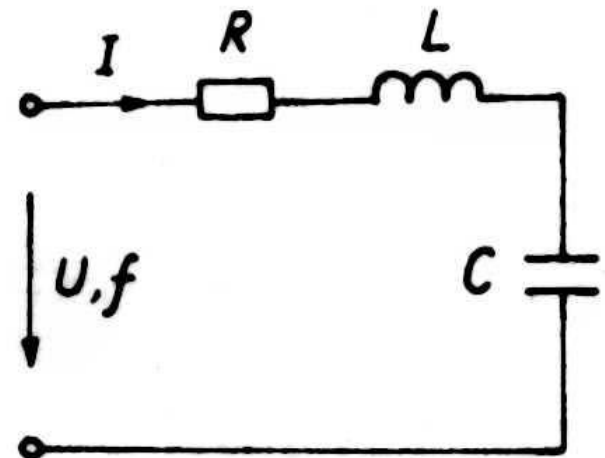
### Ví dụ 2

Mạch điện R-L-C nối tiếp, nguồn  $U = 100 \text{ V}$ , tần số  $f$  biến thiên.

Cho biết  $R = 10\Omega$ ,  $L = 26,5 \text{ mH}$ ,  $C = 265 \mu\text{F}$

a) Tính dòng điện, điện áp trên các phần tử, hệ số công suất khi  $f = 50\text{Hz}$ . Vẽ đồ thị vectơ.

b) Xác định tần số  $f$  để có dòng điện cực đại. Tính điện áp trên các phần tử và công suất trong trường hợp này. Vẽ đồ thị vectơ



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Bài giải:***

Cảm kháng, dung kháng và tổng trở của mạch ở tần số 50Hz

$$X_L = \omega L = 2.3,14.50.26,5.10^{-3} = 8,32\Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2.3,14.50.265.10^{-6}} = 12,01\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{10^2 + (8,32 - 12,01)^2} = 10,66\Omega$$

Dòng điện  $I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10,66} = 9,38\text{A}$

Hệ số công suất  $\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10,66} = 0,938$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Công suất tác dụng

$$P = I^2 R = 9,38^2 \cdot 10 = 879,8 \text{ W}$$

$$P = UI \cos \varphi = 100 \cdot 9,38 \cdot 0,938 = 879,8 \text{ W}$$

Công suất phản kháng

$$Q = I^2 (X_L - X_C) = 9,38^2 \cdot (8,32 - 12,01) = -324,7 \text{ VAR}$$

Công suất toàn phần (biểu kiến)

$$S = UI = 100 \cdot 9,38 = 938 \text{ VA}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{879^2 + (-324)^2} = 938 \text{ VA}$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

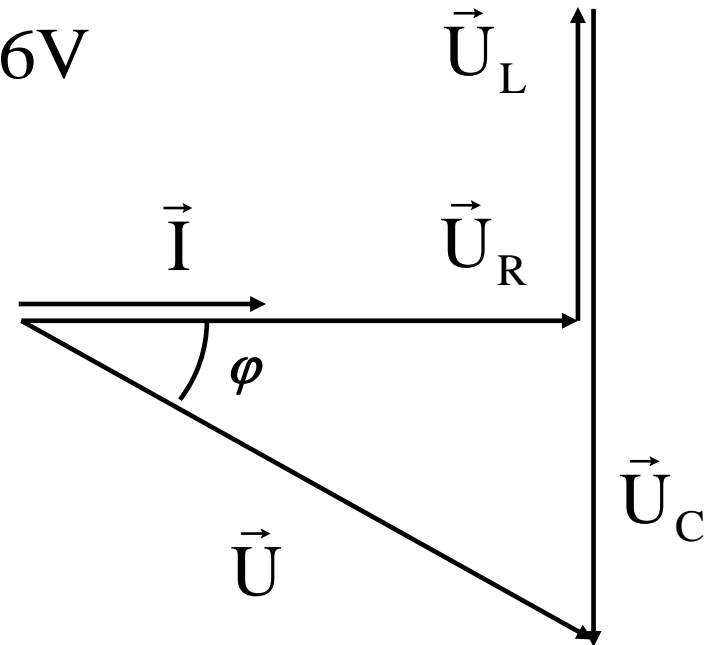
Điện áp rơi trên các phần tử

$$U_R = I.R = 0,938.10 = 93,8V$$

$$U_L = I.X_L = 0,938.8,32 = 78,04V$$

$$U_C = I.X_C = 0,938.12,01 = 112,6V$$

Đồ thị véc tơ điện áp



Mạch có tính chất điện dung



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Tổng trở của mạch  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$

Để dòng điện cực đại thì tổng trở phải cực tiểu  $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{1}{2.3,14} \sqrt{\frac{1}{26,5 \cdot 10^{-3} \cdot 265 \cdot 10^{-6}}} = 60 \text{ Hz}$$

Dòng điện trong mạch  $I = \frac{U}{R} = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$

Cảm kháng và dung kháng với tần số 60Hz

$$X_L = X_C = \omega L = 2.3,14 \cdot 60 \cdot 26,5 \cdot 10^{-3} = 9,98 \Omega$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

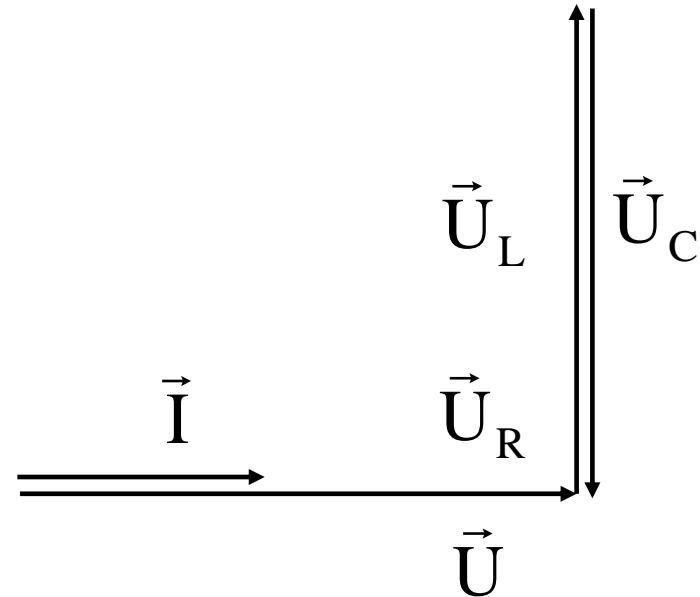
---

Điện áp rơi trên các phần tử

$$U_R = I.R = 10.10 = 100 \text{ V}$$

$$U_L = I.X_L = 10.9,98 = 99,8 \text{ V}$$

$$U_C = I.X_C = 10.9,98 = 99,8 \text{ V}$$



Công suất tác dụng  $P = I^2 R = 10^2.10 = 1000 \text{ W}$

Công suất phản kháng  $Q = I^2 (X_L - X_C) = 0$

Công suất toàn phần (biểu kiến)

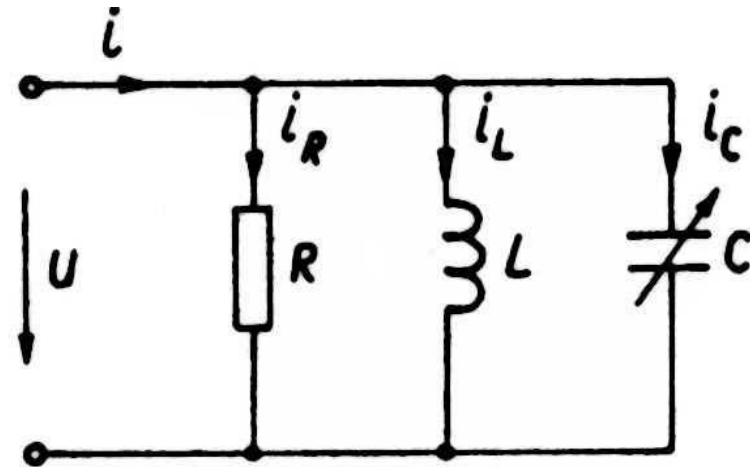
$$S = UI = 100.10 = 1000 \text{ VA}$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### Ví dụ 3

Cho mạch điện R-L-C song song  
Biết  $U = 120\text{V}$ ,  $R = 40\Omega$ ,  $X_L = 20\Omega$ ,  
 $X_C = 60\Omega$ .

- Tìm trị số tức thời của dòng điện trong các phần tử và dòng điện tổng.
- Thay đổi C sao cho  $X_L = X_C$ , tính dòng điện tổng trong trường hợp này.



### Bài giải:

Điện áp  $U$  đặt lên từng nhánh ta có thể trực tiếp tính dòng điện

$$I_R = \frac{U}{R} = \frac{120}{40} = 3\text{A}$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

$$I_L = \frac{U}{X_L} = \frac{120}{20} = 6A$$

$$I_C = \frac{U}{X_C} = \frac{120}{60} = 2A$$

Trị số tức thời của các dòng điện nhánh

$$i_R = \sqrt{2}I_R \sin \omega t = 3\sqrt{2} \sin \omega t$$

$$i_L = \sqrt{2}I_L \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = 6\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$i_C = \sqrt{2}I_C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = 2\sqrt{2} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

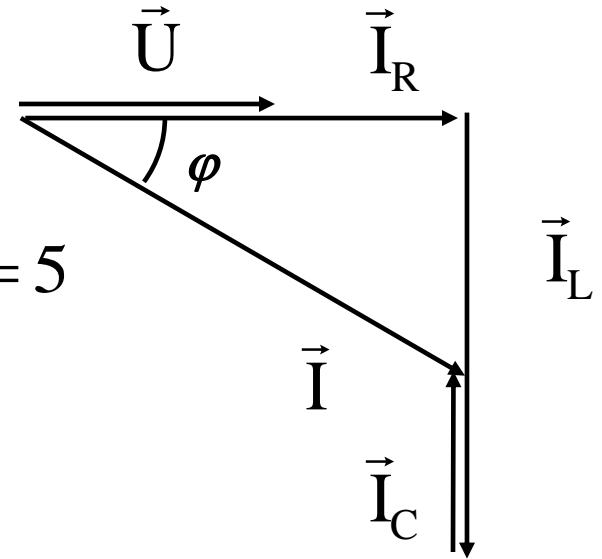
## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

Để tìm dòng điện tổng  $I$  ta dùng phương pháp đồ thị vectơ

$$\vec{I} = \vec{I}_R + \vec{I}_L + \vec{I}_C$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{3^2 + (6 - 2)^2} = 5$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_L - I_C}{I_R} = \arctg \frac{6 - 2}{3} = 53^\circ 10'$$



Trị số tức thời của dòng điện tổng

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \varphi) = 5\sqrt{2} \sin(\omega t - 53^\circ 10')$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Khi thay đổi  $X_C$  sao cho  $X_L = X_C$ , từ đồ thị véc tơ

$$I_L = I_C = 6A$$

$$I = I_R = 3A$$

$$\varphi = 0$$

Trị số tức thời của dòng điện tổng

$$i = \sqrt{2}I \sin \omega t = 3\sqrt{2} \sin \omega t$$

Dòng điện nhỏ nhất, trường hợp này gọi là cộng hưởng dòng điện

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### Ví dụ 4

Một mạng điện có điện áp  $U=220V$  cung cấp cho hai tải nối song song  
Tải 1 có  $P_1= 2112W$ ,  $\cos\varphi_1=0,8$

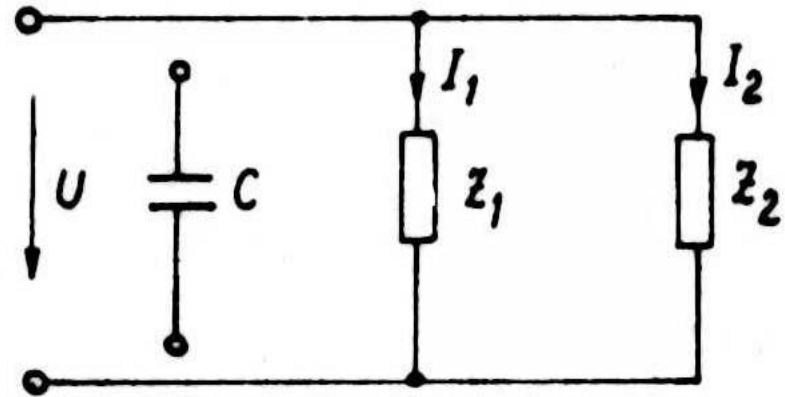
Tải 2 có  $Q_2=2121Var$ ,  $\cos\varphi_2=0,5$

a) Tính  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I$ , công suất tác dụng  $P$ , công suất phản kháng  $Q$  của mạch

b) Để nâng hệ số công suất của mạch bằng 0,92 cần nối song song với hai tải một bộ tụ bù.

Tính điện dung  $C$  của bộ tụ bù.

Tính dòng điện sau khi bù



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Bài giải:***

Vì  $\cos\varphi_1 = 0,8$  suy ra  $\sin\varphi_1 = 0,6$  và  $\varphi_1 = 37^\circ$   
 $\cos\varphi_2 = 0,5$  suy ra  $\sin\varphi_2 = 0,87$  và  $\varphi_2 = 60^\circ$

Dòng điện tải 1: 
$$I_1 = \frac{P_1}{U \cos\varphi_1} = \frac{2112}{220 \cdot 0,8} = 12A$$

Công suất phản kháng tải 1:

$$Q_1 = U \cdot I_1 \sin\varphi_1 = 220 \cdot 12 \cdot 0,6 = 1584 \text{ VAr}$$

Dòng điện tải 2: 
$$I_2 = \frac{Q_2}{U \sin\varphi_2} = \frac{2121}{220 \cdot 0,87} = 11,13A$$

Công suất tác dụng tải 2:

$$P_2 = U \cdot I_2 \cos\varphi_2 = 220 \cdot 11,13 \cdot 0,5 = 1224 \text{ W}$$



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

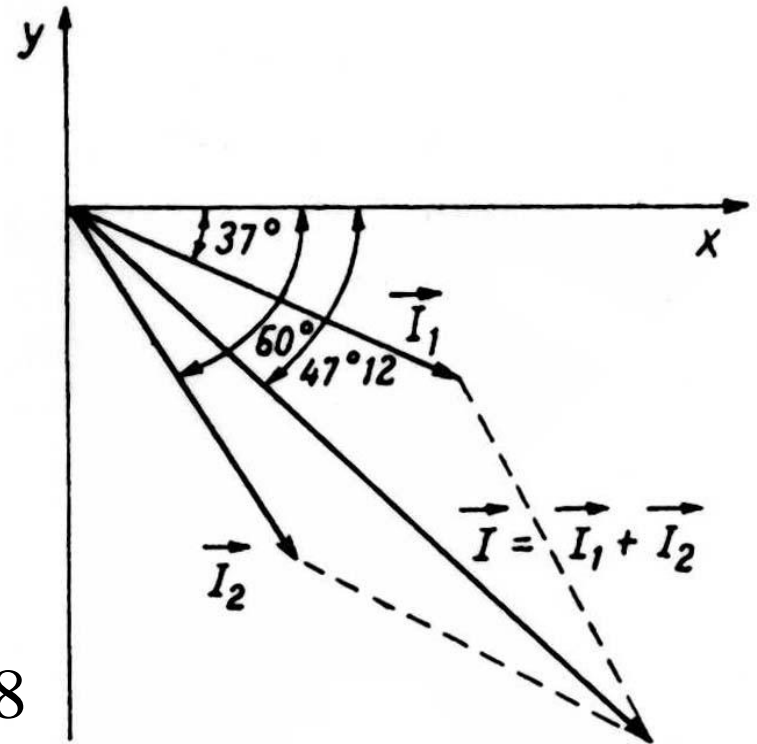
Vẽ véctơ các dòng điện trên trục tọa độ, chiếu các dòng điện lên hai trục tọa độ vuông góc

$$I_x = I_1 \cos 37^\circ + I_2 \cos 60^\circ$$

$$I_x = 12 \cdot 0,6 + 11,13 \cdot 0,5 = 15,16$$

$$I_y = I_1 \sin -37^\circ + I_2 \sin -60^\circ$$

$$I_y = -12 \cdot 0,8 - 11,13 \cdot 0,87 = -16,38$$



Trị số hiệu dụng dòng điện tổng

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{13,56^2 + 16,83^2} = 22,62 \text{ A}$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_y}{I_x} = \arctg \frac{16,83}{15,16} = 47^\circ$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Hệ số công suất của toàn mạch

$$\cos 47^\circ = 0,679$$

Công suất tác dụng của toàn mạch

$$P = P_1 + P_2 = 2112 + 1224 = 3336\text{W}$$

Công suất phản kháng của toàn mạch

$$Q = Q_1 + Q_2 = 1584 + 2121 = 3705\text{VAr}$$

b) Sau khi bù  $\cos\varphi_2 = 0,92$  suy ra  $\text{tg}\varphi_2 = 0,43$

Vì điện áp  $U$  không đổi nên công suất  $P$  và  $Q$  của các tải không đổi

Sau khi bù công suất phản kháng  $Q'$  của mạng điện

$$Q' = P \text{tg}\varphi_2 = 3336 \cdot 0,43 = 1420$$

So với trước khi bù là 3705 VAr ta thấy công suất phản kháng giảm đi một lượng bằng công suất phản kháng của tụ bù

$$Q_C = 1420 - 3705 = -2285$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

Dung kháng của tụ bù  $X_C = -\frac{U^2}{Q_C} = \frac{220^2}{2285} = 21,18$

Điện dung của tụ bù  $C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{314.21,18} = 150 \mu\text{F}$

Dòng điện trên đường dây sau khi bù:

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{3336}{220.0,92} = 16,48 \text{ A}$$

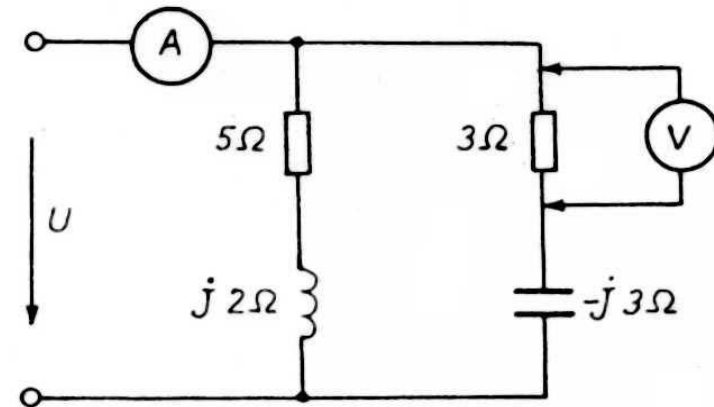
Trước khi bù  $I=22,62 \text{ A}$ . Ta nhận thấy dòng điện trên đường dây giảm đi kéo theo tổn hao công suất và sụt áp trên đường dây cũng giảm đi. Đó chính là lợi ích của bù công suất phản kháng cho lưới điện

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### **Bài số 2.2:**

Cho mạch điện song song. Biết điện áp trên điện trở  $3\Omega$  là  $45V$ , tìm dòng điện qua ampe kế



# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

## Bài tập

### ***Bài số 2.1***

Hãy biểu diễn các đại lượng sin sau sang dạng véctor và dạng số phức:

$$i = \sqrt{2}.10\sin(\omega t + 30^{\circ})A$$

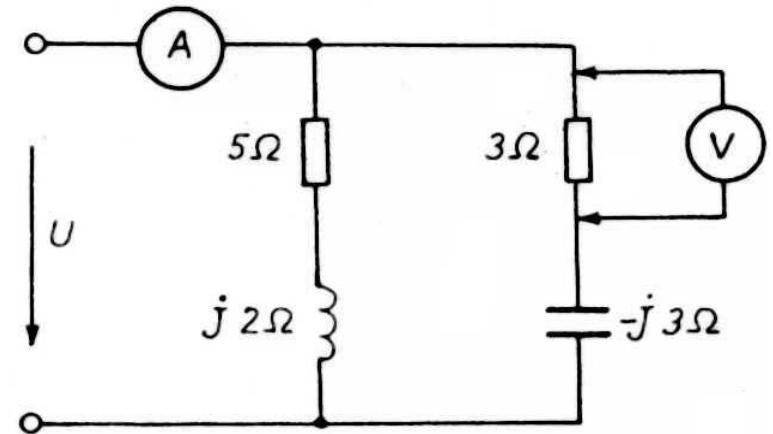
$$u = 141\sin(\omega t - 45^{\circ})V$$

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Bài số 2.2.***

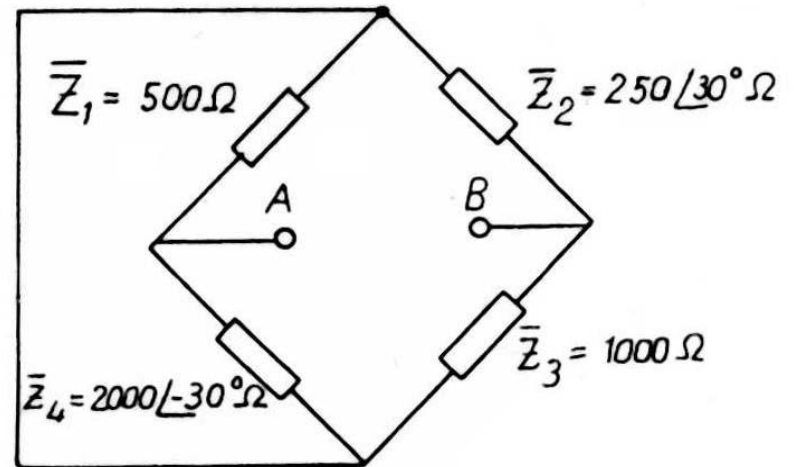
Cho mạch điện song song.  
Biết điện áp trên điện trở  $3\Omega$  là  $45V$ ,  
tìm dòng điện qua ampe kế



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### **Bài số 2.3.**

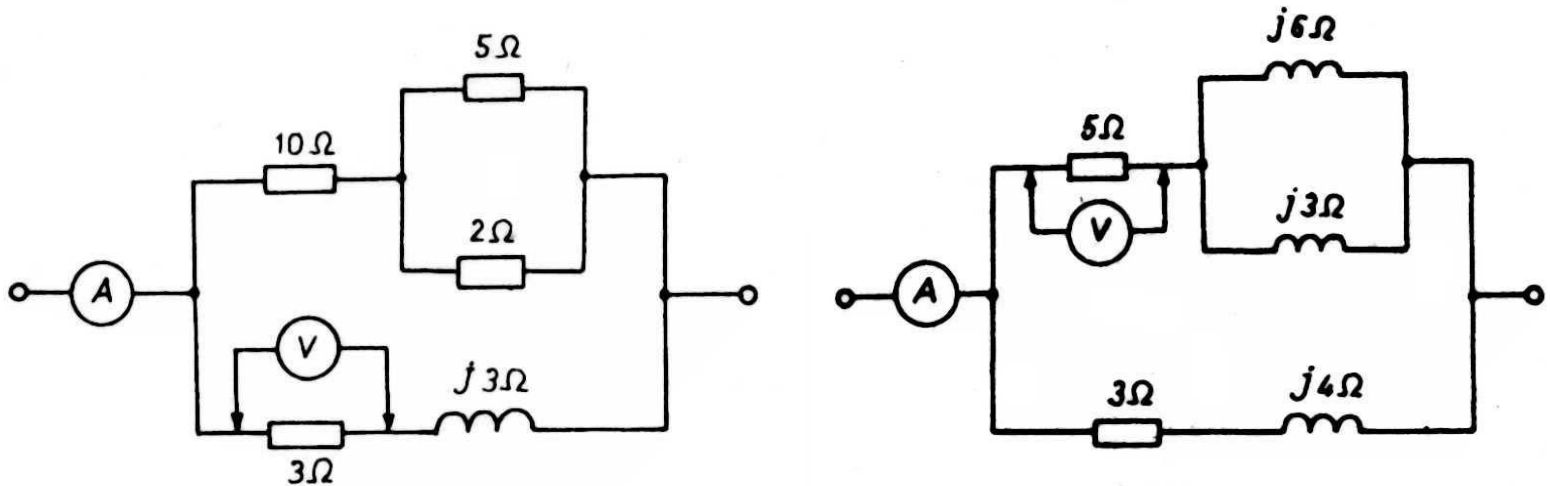
Tìm tổng trở tương đương giữa 2 điểm A và B của một cầu tổng trở



## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

### Bài số 2.4.

Tìm chỉ số của Ampe kế. Biết vôn kế chỉ điện áp  $U=45V$ .





## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Bài số 2.5.***

Một nhóm động cơ không đồng bộ có tổng công suất  $P = 500 \text{ kW}$ , hệ số công suất  $\cos\varphi = 0,8$  sẽ được thay thế bằng các động cơ đồng bộ cùng hiệu suất nhưng có hệ số công suất bằng  $0,707$  (vượt trước). Khi thay thế dần dần người ta nhận thấy hệ số công suất được cải thiện. Tính phần trăm công suất động cơ đã được thay thế để hệ số công suất bằng  $0,9$  (chậm sau)

## CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

### ***Bài số 2.7.***

Mạch R-L-C nối tiếp có  $R=50\Omega$ ,  $L=0,05H$ ,  $C=20\mu F$  được cung cấp bằng điện áp

$$\dot{U} = 100\angle 0^{\circ} V$$

có tần số biến thiên. Xác định giá trị cực đại của điện áp trên điện cảm  $U_L$  khi tần số biến thiên

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---

# CHƯƠNG II : DÒNG ĐIỆN SIN

---