

LÝ THUYẾT MẠCH

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Biên soạn: Phạm Khánh Tùng

Bộ môn Kỹ thuật điện – Khoa Sư phạm kỹ thuật

Email: tungpk@hnue.edu.vn

Website: <http://www.hnue.edu.vn/directory/tungpk>

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

1. ĐỊNH LUẬT – ĐỊNH LÝ MẠCH ĐIỆN

1.1. Định luật Kirchhoff về điện áp

Đối với bất kỳ vòng kín nào của mạch điện, định luật Kirchhoff về điện áp (KA) được phát biểu: “tổng đại số của các điện áp bằng không”.

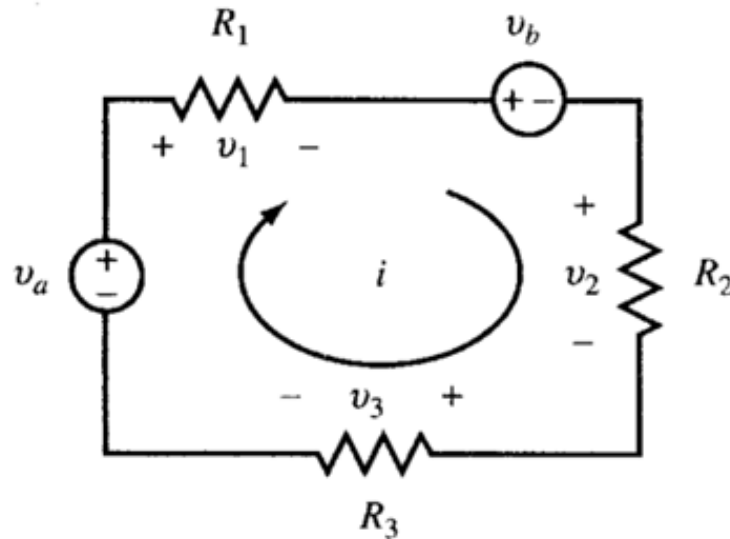
Điện áp có thể là nguồn hoặc do dòng điện chạy trên phần tử thụ động gây nên điện áp (đôi khi còn gọi là điện áp rơi).

Định luật áp dụng tốt cho các mạch điện có nguồn không đổi, một chiều, hoặc nguồn biến đổi theo thời gian, $v(t)$ và $i(t)$.

Phương pháp dòng vòng dựa trên định luật Kirchhoff về điện áp

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Phương trình định luật Kirchhoff điện áp cho mạch sau:



$$-v_a + v_1 + v_b + v_2 + v_3 = 0$$

$$-v_a + iR_1 + v_b + iR_2 + iR_3 = 0$$

$$v_a - v_b = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

1.2. Định luật Kirchhoff về dòng điện

Điểm kết nối của hai phần tử hoặc nhiều hơn được gọi là nút. Kết nối giữa hai phần tử gọi là nút đơn, kết nối với 3 phần tử hoặc nhiều hơn được gọi là nút chính (nút).

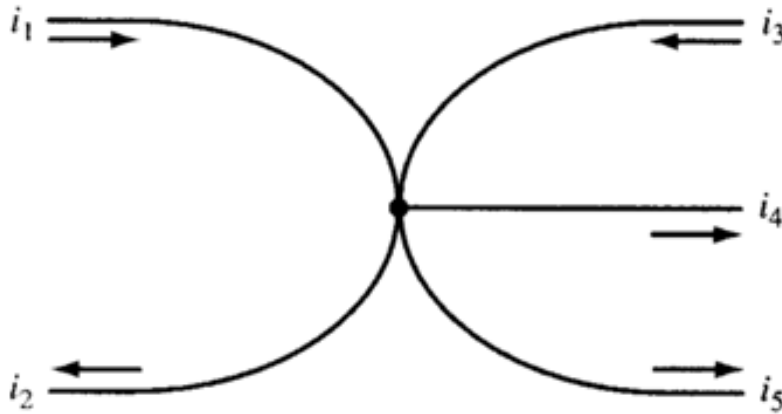
Định luật Kirchhoff về dòng điện được phát biểu: tổng đại số các dòng điện của một nút bằng không.

Một cách phát biểu khác: tổng các dòng điện đến nút bằng tổng các dòng điện đi khỏi nút.

Phương pháp phân tích mạch theo điện áp nút dựa trên định luật này. Cơ sở của định luật là luật bảo toàn điện tích.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Phương trình định luật Kirchhoff dòng điện cho mạch điện



$$i_1 - i_2 + i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$i_1 + i_3 = i_2 + i_4 + i_5$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

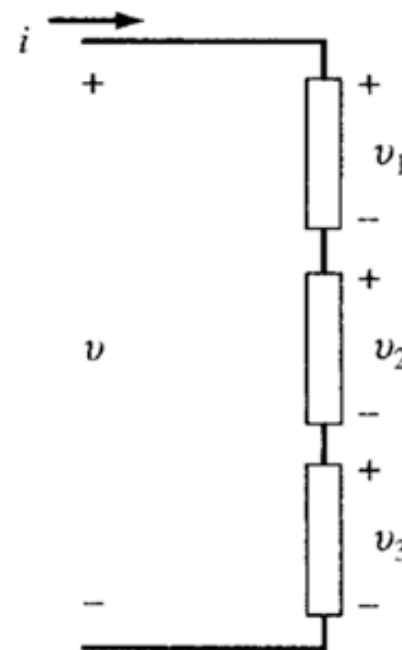
1.3. Mạch điện các phần tử mắc nối tiếp

Các phần tử thụ động nối tiếp có cùng dòng điện, điện áp rơi trên các phần tử lần lượt

v_1 , v_2 và v_3 . Điện áp tổng v trên toàn mạch:

$$v = v_1 + v_2 + v_3 \quad v = iR_1 + iR_2 + iR_3$$

$$v = i(R_1 + R_2 + R_3) \quad v = iR_{tđ}$$



$R_{tđ}$ – điện trở tương đương thay cho 3 điện trở mắc nối tiếp, quan hệ dòng áp lúc đó cũng tương tự.

Với số lượng tùy ý điện trở nối tiếp:

$$R_{tđ} = R_1 + R_2 + \dots$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các phần tử mắc nối tiếp là điện cảm:

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt}$$

$$v = (L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt} \qquad v = L_{t\bar{d}} \frac{di}{dt}$$

Số lượng tùy ý điện cảm nối tiếp:

$$L_{t\bar{d}} = L_1 + L_2 + \dots$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Nếu ba phần tử trong mạch nối tiếp là điện dung, chấp nhận điều kiện ban đầu không

$$v = \frac{1}{C_1} \int idt + \frac{1}{C_2} \int idt + \frac{1}{C_3} \int idt$$

$$v = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \int idt$$

$$v = \frac{1}{C_{td}} \int idt$$

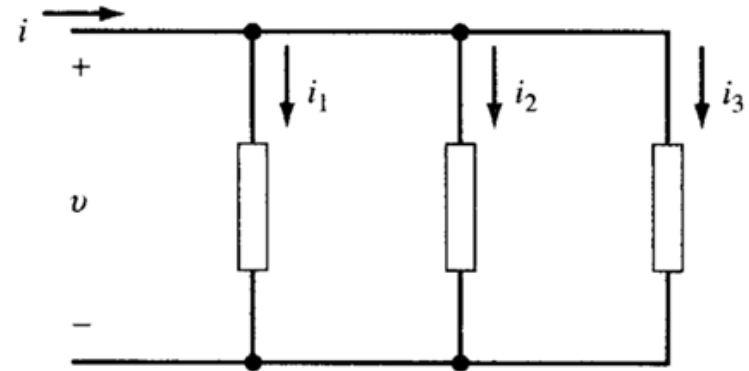
Điện dung tương đương của các tụ điện mắc nối tiếp:

$$\frac{1}{C_{td}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

1.4. Mạch điện các phần tử mắc song song

Ba phần tử thụ động mắc song song, theo định luật Kirchhoff về dòng điện, dòng điện đến nút chính bằng tổng các dòng đi khỏi nút chính trên các nhánh.



$$i = i_1 + i_2 + i_3$$

Nếu trên các nhánh là điện trở:

$$i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \frac{v}{R_3} = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = v \frac{1}{R_{td}}$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các điện trở mắc song song, điện trở tương đương:

$$\frac{1}{R_{tđ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$$

Khi chỉ có hai điện trở mắc song song:

$$R_{tđ} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Khi có n điện trở bằng nhau mắc song song

$$R_{tđ} = \frac{R}{n}$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các điện cảm mắc song song, điện cảm tương đương:

$$\frac{1}{L_{tđ}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$$

Đặc biệt, chỉ có hai điện cảm mắc song song:

$$L_{tđ} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

Các tụ điện mắc song song, điện dung tương đương:

$$C_{tđ} = C_1 + C_2 + \dots$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

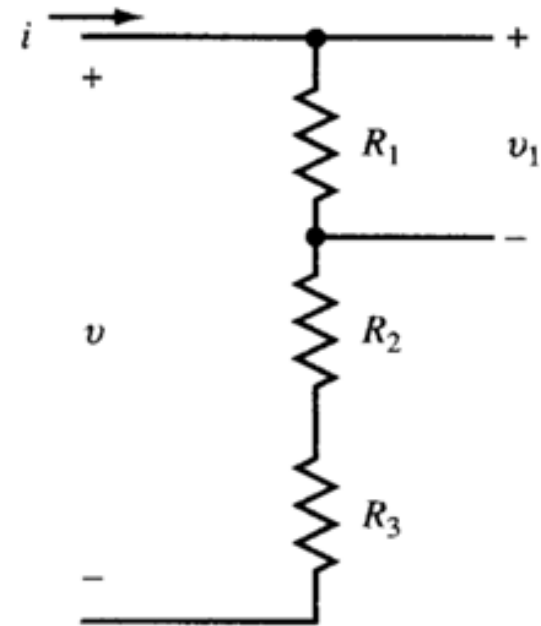
1.5. Điện trở phân (chia) điện áp và phân dòng điện

Bộ các điện trở mắc nối tiếp là bộ phân (chia) điện áp

$$v_1 = iR_1$$

$$v = i(R_1 + R_2 + R_3)$$

$$v_1 = v\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_3}\right)$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

1.5. Điện trở phân (chia) điện áp và phân dòng điện

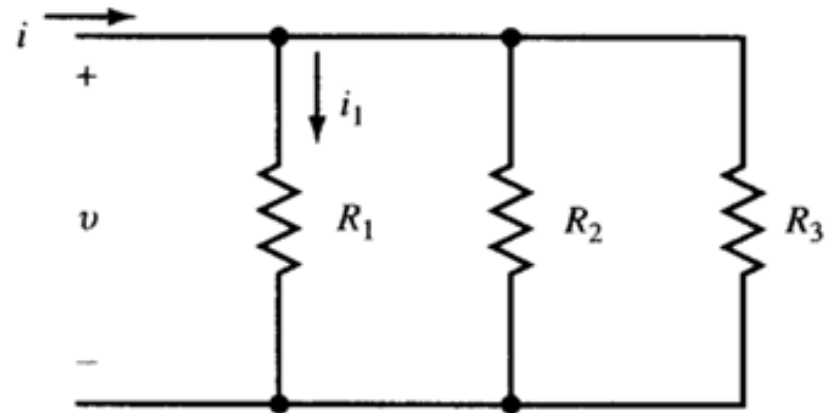
Bộ điện trở mắc song song là bộ phân (chia) dòng điện.

$$i_1 = \frac{v}{R_1}$$

$$i = v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

$$i_1 = \frac{v / R_1}{v / R_1 + v / R_2 + v / R_3}$$

$$i_1 = i \frac{R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

1.5. Điện trở phân (chia) điện áp và phân dòng điện

Trường hợp có hai nhánh:

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Tỉ lệ dòng điện trên nhánh của mạch hai nhánh song song bằng tỉ lệ điện trở của nhánh kia trên tổng điện trở hai nhánh.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2.1. Phương pháp dòng nhánh

Giải thuật:

Dòng điện được gán cho mỗi nhánh trong mạch.

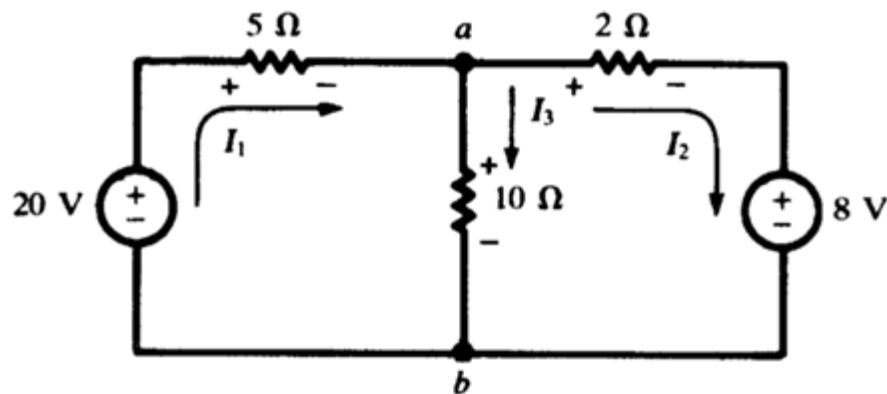
Sử dụng định luật Kirchhoff về dòng cho tất cả các nút độc lập và điện áp giữa hai nút được tính theo dòng điện trên nhánh.

Lập được hệ phương trình đồng thời

Kết quả dòng điện nhánh có được khi giải hệ.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Ví dụ: Giải mạch sau



Các dòng điện I_1 , I_2 , I_3 được gán cho các nhánh như trong hình vẽ.

Áp dụng định luật Kirchhoff về dòng cho nút a:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Điện áp V_{ab} có thể tính theo các biểu thức của áp trên các nhánh:

$$V_{ab} = 20 - I_1(5) \quad V_{ab} = I_3(10) \quad V_{ab} = I_2(2) + 8$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Từ đó có thể viết được các phương trình:

$$20 - 5I_1 = 10I_3$$

$$20 - 5I_1 = 2I_2 + 8$$

Giải hệ phương trình và tìm được: $I_1 = 2\text{A}$; $I_2 = 1\text{A}$ và $I_3 = 1\text{A}$.

Dòng điện trên nhánh có thể chọn theo chiều ngược lại và kết quả chỉ cần đơn giản đổi dấu thích hợp.

Với các mạch điện phức tạp phương pháp dòng điện nhánh khó áp dụng được bởi vì không có sự gợi ý xác định điểm bắt đầu và tiến trình hợp lý để lập đủ số lượng các phương trình cần thiết.

Bên cạnh đó số phương trình độc lập cũng nhiều hơn so với phương pháp dòng vòng và điện thế nút.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2.2. Phương pháp dòng mắt lưới

Thuật giải:

Dòng điện được gán cho mỗi cửa sổ mắt lưới của mạch điện, trong đó dòng điện khép kín mạch (dòng vòng).

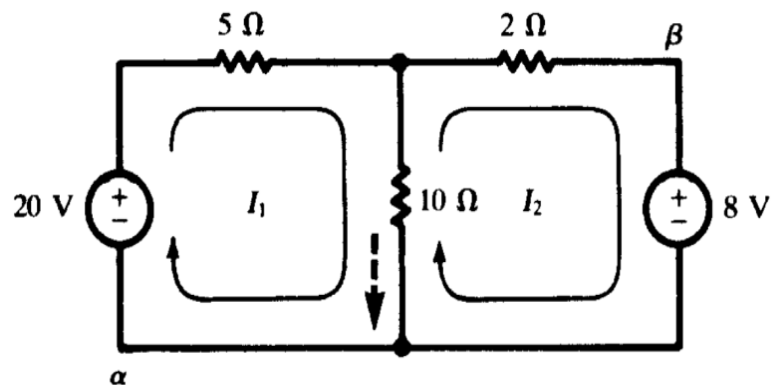
Mỗi phần tử và nhánh khi đó có dòng điện độc lập hoặc đồng thời hai dòng mắt lưới, dòng điện thực sẽ là tổng đại số của chúng.

Chiều của dòng mắt lưới có thể chọn tùy ý (tuy nhiên để thuận lợi nên gán tất cả dòng điện mắt lưới theo một chiều).

Khi đã gán tất cả dòng điện cho các mắt lưới, dùng định luật Kirchhoff về áp viết đủ số phương trình cần thiết. .

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Ví dụ: Tìm dòng điện trên các nhánh của mạch điện sau, sử dụng phương pháp dòng mắt lưới.



Các dòng điện I_1 và I_2 được chọn theo chiều kim đồng hồ. Áp dụng định luật Kirchhoff về áp cho vòng bên trái xuất phát từ điểm α , vòng bên phải xuất phát từ điểm β :

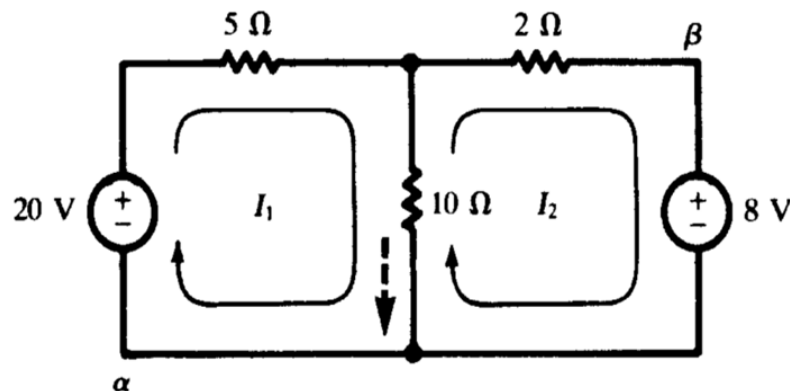
$$-20 + 5.I_1 + 10(I_1 - I_2) = 0$$

$$8 + 10(I_2 - I_1) + 2.I_2 = 0$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Giải hệ hai phương trình, được:

$I_1 = 2A$ và $I_2 = 1A$. Dòng điện trong nhánh giữa bằng $I_1 - I_2 = 1A$

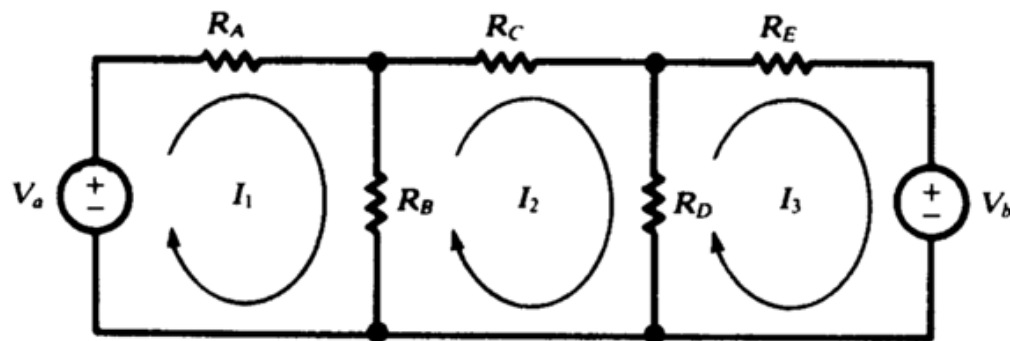


Các dòng điện không cần phải được giới hạn trong các cửa sổ để cho kết quả trong một hệ phương trình đồng thời như trong phương pháp dòng mắt lưới đang xét. Quy tắc áp dụng của phương pháp này là mỗi phần tử trên nhánh đều có dòng hoặc các tổ hợp các dòng mắt lưới và hai phần tử trên hai nhánh không thể được gán cùng một dòng điện hoặc tổ hợp các dòng điện.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2.3. Phương pháp ma trận và định thức

Với mạch điện tổng quát có n mắt lưới, hệ n phương trình có thể viết ở dạng ma trận.



Các phương trình vòng:

$$(R_A + R_B)I_1 - R_B I_2 = V_a$$

$$-R_B I_1 + (R_B + R_C + R_D)I_2 - R_D I_3 = 0$$

$$-R_D I_2 + (R_D + R_E)I_3 = -V_b$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Đưa các phương trình vào dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} R_A + R_B & -R_B & 0 \\ -R_B & R_B + R_C + R_D & -R_D \\ 0 & -R_D & R_D + R_E \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a \\ 0 \\ -V_b \end{bmatrix}$$

Trong đó: Ma trận ẩn là ma trận cột của các dòng mắt lưới,

Ma trận hệ số chứa các giá trị điện trở được gọi là ma trận điện trở và,

Ma trận cột vế phải phương trình là các nguồn áp của mỗi mắt lưới.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các phần tử của ma trận điện trở có thể định chỉ số như sau:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Phần tử R_{11} (hàng 1, cột 1) là tổng các điện trở trong mắt lưới có dòng I_1 đi qua, $R_A + R_B$.

Tương tự, các phần tử R_{22} và R_{33} là tổng điện trở có trong mắt lưới dòng I_2 và I_3 đi qua.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các phần tử của ma trận điện trở có thể định chỉ số như sau:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Phần tử R_{12} (hàng 1, cột 2) là tổng các điện trở chung của của hai dòng mắt lưới I_1 và I_2 đi qua. Dấu của R_{12} là (+) nếu hai dòng cùng chiều trên mỗi điện trở và dấu (-) trong trường hợp ngược chiều dòng điện.

Tương tự với các phần tử R_{21} , R_{23} , R_{13} và R_{31} là tổng các điện trở có chung hai dòng mắt lưới xác định theo chỉ số của phần tử, với dấu xác định như đối với R_{12} .

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Các phần tử của ma trận điện trở có thể định chỉ số như sau:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Như vậy ta có thể thấy rằng với mọi giá trị i và j , $R_{ij} = R_{ji}$. Như vậy ta được ma trận đối xứng qua đường chéo chính.

Phần tử V_1 trong ma trận điện áp là tổng các nguồn dòng có trong vòng mắt lưới dẫn dòng I_1 .

Điện áp có giá trị dương trong tổng nếu dòng đi từ cực (-) đến cực (+) của nguồn, ngược lại có dấu âm. Nguồn có dấu (+) nếu tạo ra dòng điện cùng chiều với dòng mắt lưới

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Phương trình ma trận lập theo phương pháp dòng mắt lưới có thể giải theo nhiều cách khác nhau, phổ biến nhất là sử dụng định thức.

Từ phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Nghiệm thu được:

$$\rightarrow I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & R_{12} & R_{13} \\ V_2 & R_{22} & R_{23} \\ V_3 & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}} = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} V_1 & R_{12} & R_{13} \\ V_2 & R_{22} & R_{23} \\ V_3 & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$$

$$I_2 = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} R_{11} & V_1 & R_{13} \\ R_{21} & V_2 & R_{23} \\ R_{31} & V_3 & R_{33} \end{vmatrix}$$

$$I_3 = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & V_1 \\ R_{21} & R_{22} & V_2 \\ R_{31} & R_{32} & V_3 \end{vmatrix}$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Phương trình ma trận lập theo phương pháp dòng mắt lưới có thể giải theo nhiều cách khác nhau, phổ biến nhất là sử dụng định thức.

Từ phương trình ma trận:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

Nghiệm thu được:

$$\rightarrow I_1 = \frac{\begin{vmatrix} V_1 & R_{12} & R_{13} \\ V_2 & R_{22} & R_{23} \\ V_3 & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}} = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} V_1 & R_{12} & R_{13} \\ V_2 & R_{22} & R_{23} \\ V_3 & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix}$$

$$I_2 = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} R_{11} & V_1 & R_{13} \\ R_{21} & V_2 & R_{23} \\ R_{31} & V_3 & R_{33} \end{vmatrix}$$

$$I_3 = \frac{1}{\Delta_R} \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & V_1 \\ R_{21} & R_{22} & V_2 \\ R_{31} & R_{32} & V_3 \end{vmatrix}$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Triển khai định thức tử số theo cột điện áp ta được các phương trình, qua đó có thể nhận được qui luật:

$$I_1 = V_1 \left(\frac{\Delta_{11}}{\Delta_R} \right) + V_2 \left(\frac{\Delta_{21}}{\Delta_R} \right) + V_3 \left(\frac{\Delta_{31}}{\Delta_R} \right)$$

$$I_2 = V_1 \left(\frac{\Delta_{12}}{\Delta_R} \right) + V_2 \left(\frac{\Delta_{22}}{\Delta_R} \right) + V_3 \left(\frac{\Delta_{32}}{\Delta_R} \right)$$

$$I_3 = V_1 \left(\frac{\Delta_{13}}{\Delta_R} \right) + V_2 \left(\frac{\Delta_{23}}{\Delta_R} \right) + V_3 \left(\frac{\Delta_{33}}{\Delta_R} \right)$$

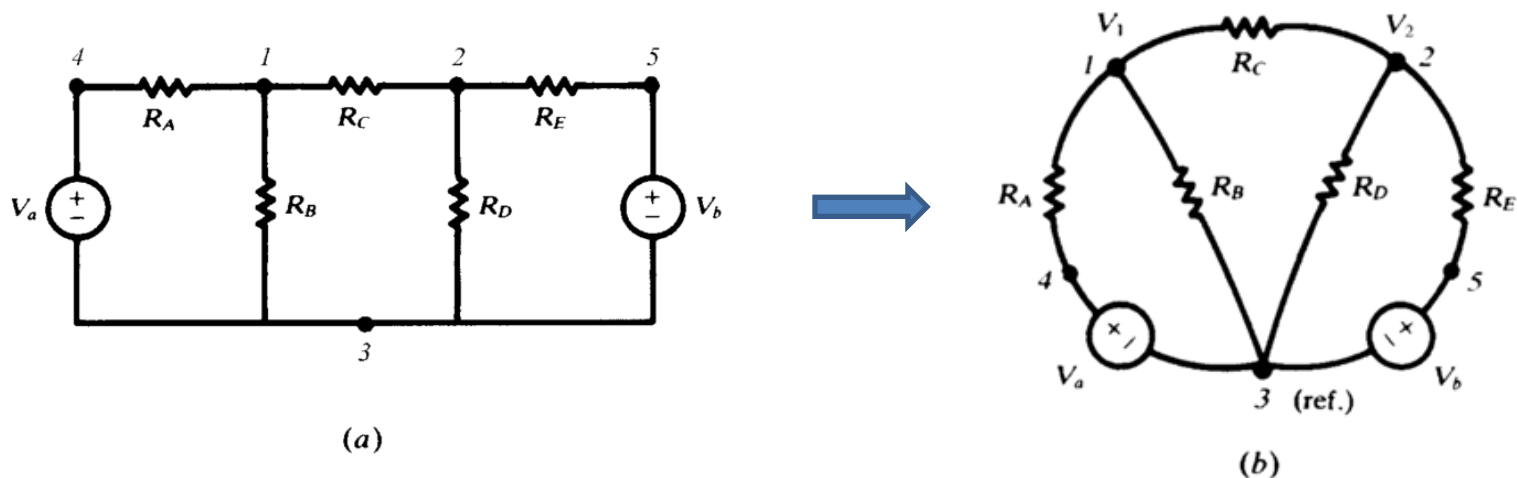
Trong đó: Δ_{ij} – định thức con của định thức của ma trận điện trở Δ_R , trong đó loại bỏ các phần tử hàng i và cột j .

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

2.4. Phương pháp điện thế nút

Mạch điện trong hình a có 5 nút trong đó các nút 4 và 5 là nút đơn giản còn nút 1, 2 và 3 là nút mạch.

Chọn một nút mạch làm gốc, phương trình viết theo định luật KLC cho các nút mạch còn lại. Mỗi nút mạch (trừ nút gốc) được gán một điện thế, là điện áp của nút đó so với nút gốc. Các điện thế này là ẩn số, giải các phương trình được lời giải mạch điện.



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Nút 3 của mạch được gán là nút gốc, các nút 1 và 2 có điện thế V_1 và V_2 tương ứng.

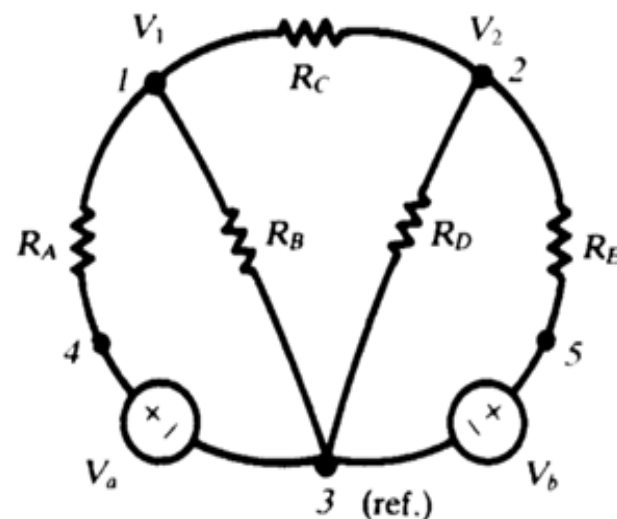
Phương trình KCL cho các nút 1,2:

$$\frac{V_1 - V_a}{R_A} + \frac{V_1}{R_B} + \frac{V_1 - V_2}{R_C} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_C} + \frac{V_2}{R_D} + \frac{V_2 - V_b}{R_E} = 0$$

Định luật KCL áp dụng ở dạng này theo qui

tắc dòng điện đi ra khỏi nút. Ví dụ trên nhánh 1 – 2 ở hai phương trình chiều dòng điện khác nhau



(b)

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Nếu đặt 2 phương trình ẩn V_1 và V_2 vào dạng ma trận, ta có:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} & -\frac{1}{R_C} \\ -\frac{1}{R_C} & \frac{1}{R_C} + \frac{1}{R_D} + \frac{1}{R_E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_a}{R_A} \\ \frac{V_b}{R_E} \end{bmatrix}$$

Ma trận đối xứng qua đường chéo chính.

Phần tử 1,1 là tổng tất cả các nghịch đảo của điện trở nối với nút 1;

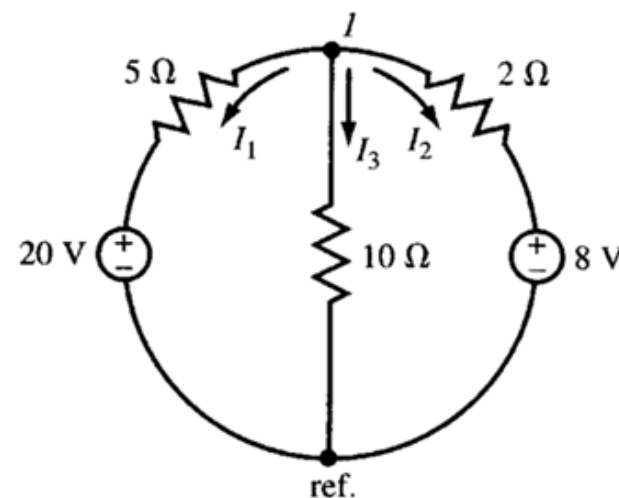
phần tử 2,2 là tổng tất cả các nghịch đảo của điện trở nối với nút 2.

Các phần tử 1,2 và 2,1 bằng tổng các nghịch đảo điện trở nối giữa nút 1 và 2 nhưng với dấu âm. Vế phải của phương trình là ma trận dòng điện V_a/R_A và V_b/R_E . Cả hai giá trị đều dương bởi vì cả hai nguồn đều tạo ra dòng điện đến nút.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Ví dụ: Giải mạch điện sau bằng phương pháp điện thế nút.

Giả thiết tất cả các dòng điện đều có hướng từ nút phía trên xuống nút phía dưới (nút gốc).



Phương trình lập được:

$$\frac{V_1 - 20}{5} + \frac{V_1}{10} + \frac{V_1 - 8}{2} = 0$$

Nếu $V_1 = 10\text{V}$, khi đó $I_1 = (10 - 20)/5 = -2\text{A}$ (dấu âm cho biết dòng điện I_1 đi từ nút dưới đến nút trên); $I_2 = (10 - 8)/2 = 1\text{A}$ và $I_3 = 10/10 = 1\text{A}$.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

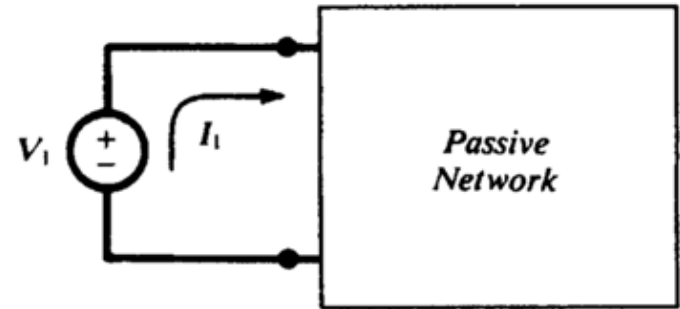
3. PHÂN RÃ MẠCH ĐIỆN

3.1. Điện trở vào và điện trở ra

Mạch điện đơn nguồn hình bên trong đó nguồn áp được gọi là V_1 và tương ứng là dòng điện I_1 . Nếu chỉ có một nguồn duy nhất V_1 , phương trình đối với I_1 như sau:

$$I_1 = V_1 \left(\frac{\Delta_{11}}{\Delta_R} \right)$$

Trong đó: Δ_R – định thức ma trận điện trở lập theo phương pháp dòng mắt lưới. Δ_{11} – định thức con khi loại bỏ hàng và cột có chỉ số tương ứng với mắt lưới có nguồn áp.

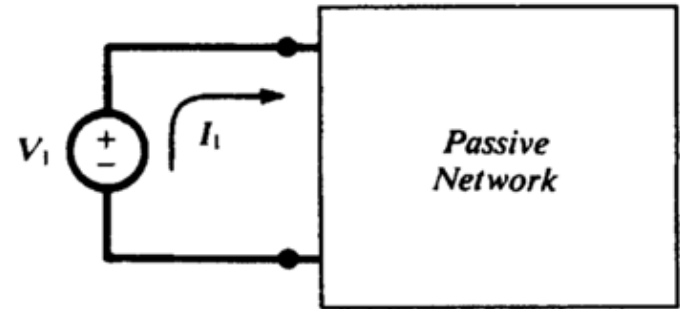


CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Điện trở vào của mạch là tỉ số giữa điện áp V_1 và dòng điện I_1 :

$$R_{input.1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{\Delta_R}{\Delta_{11}}$$

Trong đó: Δ_R – định thức ma trận điện trở lập theo phương pháp dòng mắt lưới. Δ_{11} – định thức con khi loại bỏ hàng và cột có chỉ số tương ứng với mắt lưới có nguồn áp.

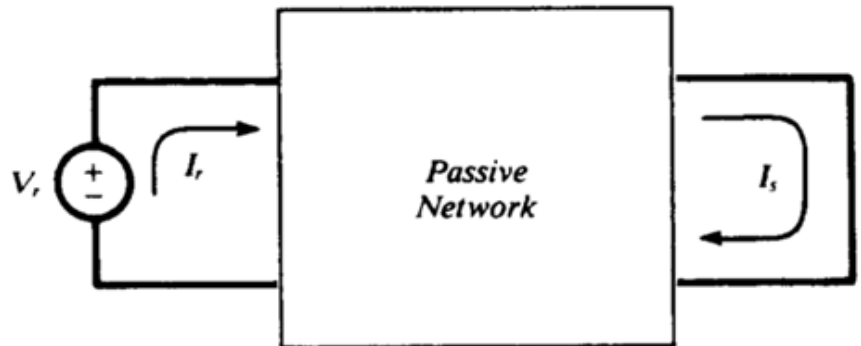


CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

3.2. Điện trở chuyển đổi

Nguồn áp kết nối với bất cứ phần nào của mạch điện đều tạo ra dòng điện trên tất cả các nhánh. Ví dụ, nguồn áp nối vào mạch thụ động tạo ra dòng điện đầu ra của mạch nơi có tải điện trở nối vào. Trong trường hợp này, mạch điện có hệ số chuyển đổi điện trở qua toàn mạch.

Xét mạch thụ động hình bên, một nguồn nối vào ký hiệu là V_r tạo ra dòng điện phía đầu ra I_s .



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

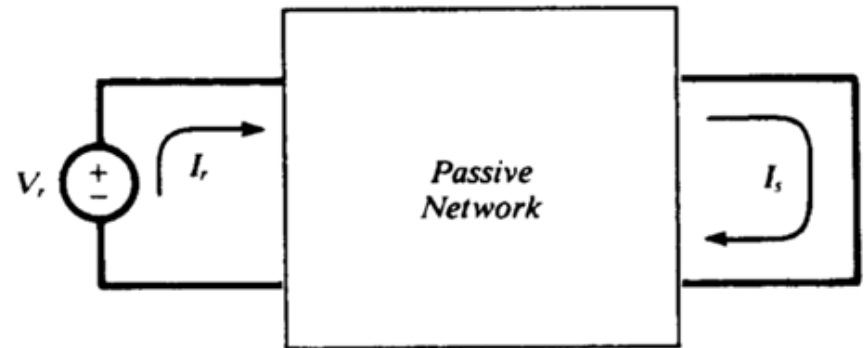
Quan hệ giữa dòng điện I_s và điện áp V_r qua thông số của mạch thụ động (không nguồn).

Nếu cần tính dòng điện I_s theo điện áp V_r (nguồn áp duy nhất),

sử dụng phương trình ma trận dòng mắt lưới để tính dòng I_s trong biểu thức chỉ có một thành phần duy nhất liên quan đến V_r :

$$I_s = (0) \left(\frac{\Delta_{1s}}{\Delta_R} \right) + \dots + 0 + V_r \left(\frac{\Delta_{rs}}{\Delta_R} \right) + 0 + \dots$$

$$I_s = V_r \left(\frac{\Delta_{rs}}{\Delta_R} \right)$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Lấy tỉ số giữa V_r và I_s chính là điện trở chuyển đổi của mạch điện:

$$R_{transfer.rs} = \frac{V_r}{I_s} = \frac{\Delta_R}{\Delta_{rs}}$$

Ma trận điện trở lập theo phương pháp dòng vòng là đối xứng qua đường chéo chính $\Delta_{rs} = \Delta_{sr}$.

$$R_{transferrs} = R_{transfersr}$$

Biểu thức này cho thấy một tính chất quan trọng của mạch tuyến tính: Nếu một nguồn áp ở mắt lưới r tạo ra dòng điện ở mắt lưới s , thì cũng nguồn đó ở mắt lưới s cũng tạo ra chính dòng điện có trị số không đổi trong mắt r .

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Xét trường hợp tổng quát với mạch n mắt lưới chứa một số nguồn nhất định. Dòng điện trong mắt lưới k được tính theo biểu thức:

$$I_k = \frac{V_1}{R_{tf.1k}} + \dots + \frac{V_{k-1}}{R_{tf.(k-1)k}} + \frac{V_k}{R_{input.k}} + \frac{V_{k+1}}{R_{tf.(k+1)k}} + \dots + \frac{V_n}{R_{tf.nk}}$$

Biểu thức dòng điện cho thấy rõ nguyên lý chồng chất, cho thấy các điện trở ảnh hưởng đến sự tác động của các nguồn trên một mắt lưới cụ thể. Nguồn cách xa mắt lưới k sẽ có điện trở chuyển đổi đến mắt lưới lớn dẫn đến dòng điện do nguồn đó tạo ra là thành phần nhỏ trong dòng điện tổng I_k . Nguồn V_k , và các nguồn khác ở mắt lưới lân cận sẽ cho thành phần dòng điện lớn hơn trong I_k .

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

3.3. Quy tắc phân rã mạch điện

Phương pháp dòng mắt lưới và điện thế nút là các kỹ thuật chính để phân tích mạch điện.

Tuy nhiên, điện trở tương đương của các nhánh nối tiếp hoặc song song kết hợp với các quy tắc phân chia điện áp và dòng điện tạo nên một phương pháp phân tích mạch khác.

Phương pháp này thường phải vẽ lại hoặc thêm một số mạch điện bổ xung thậm chí đơn giản hóa mạch điện dẫn đến những mạch rất đơn giản, có thể tính dễ dàng dòng, áp và công suất.

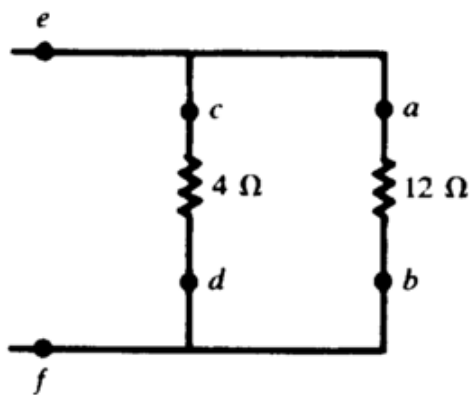
Phân rã mạch điện bắt đầu bằng việc tìm kiếm các cụm điện trở nối tiếp và song song.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

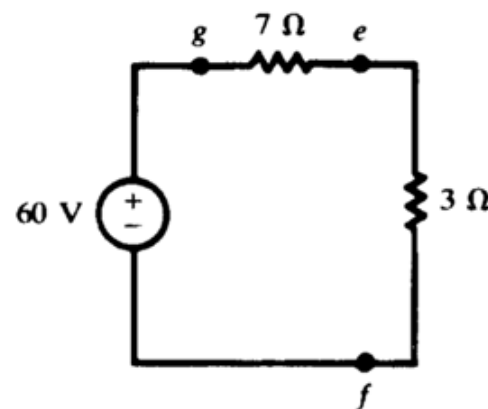
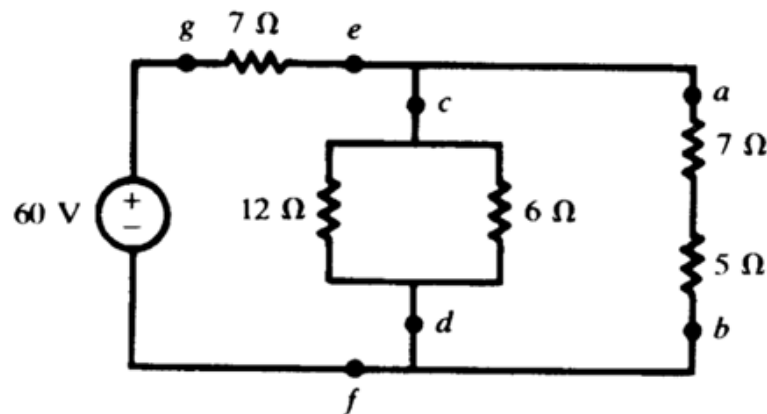
Ví dụ: Tính tổng công suất cung cấp từ nguồn 60V và công suất trên mỗi điện trở của mạch điện

$$R_{ab} = 7 + 5 = 12$$

$$R_{cd} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} = 4$$



$$R_{ef} = \frac{4 \cdot 12}{4 + 12} = 3$$



$$R_{tđ} = 3 + 7 = 10$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Tổng công suất trên các điện trở bằng tổng công suất nguồn:

$$P_T = \frac{V^2}{R_{td}} = \frac{60^2}{10} = 360$$

Công suất nguồn chia trên 2 điện trở R_{ef} và R_{ge} :

$$P_{ge} = P_{7\Omega} = \frac{7}{7+3} P_T = 252$$

$$P_{ef} = P_{3\Omega} = \frac{3}{7+3} P_T = 108$$

Công suất P_{ef} chia trên hai điện trở R_{cd} và R_{ab} :

$$P_{ab} = \frac{4}{12+4} P_{ef} = 27$$

$$P_{cd} = \frac{12}{12+4} P_{ef} = 81$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Công suất trên các điện trở riêng rẽ là:

$$P_{12\Omega} = \frac{6}{12+6} P_{cd} = 27$$

$$P_{6\Omega} = \frac{12}{12+6} P_{cd} = 54$$

$$P_{7\Omega} = \frac{7}{7+5} P_{ab} = 15,75$$

$$P_{5\Omega} = \frac{5}{7+5} P_{ab} = 11,25$$

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

3.4. Quy tắc xếp chồng

Mạch tuyến tính có nhiều nguồn độc lập có thể phân tích tìm giá trị dòng, áp bằng cách xét tác động riêng rẽ của từng nguồn và xếp chồng các kết quả.

Nguyên tắc này dựa trên tính chất tuyến tính quan hệ dòng và áp nhưng không áp dụng được khi tính công suất, do công suất tỉ lệ với bình phương dòng hoặc áp, và quan hệ này là không tuyến tính.

Với nguồn phụ thuộc, xếp chồng chỉ được áp dụng khi các thông số điều khiển nguồn nằm bên ngoài mạch chứa nguồn đang xét.

Các nguồn còn lại khi xét tác động của một nguồn được thay thế như sau: nguồn áp bị nối tắt và nguồn dòng bị hở mạch

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

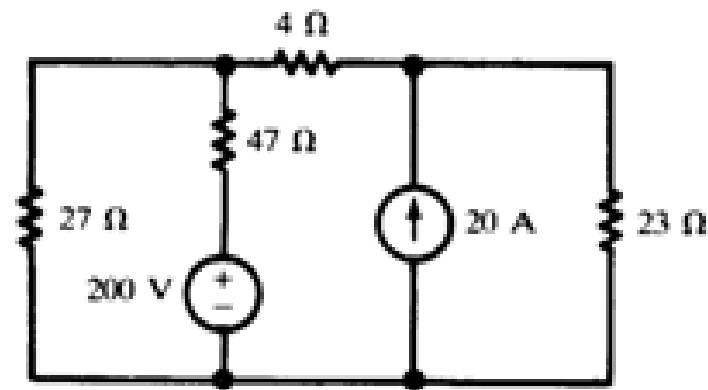
Ví dụ, biểu thức tính dòng của mạch theo phương pháp mắt lưới:

$$I_1 = V_1 \left(\frac{\Delta_{11}}{\Delta_R} \right) + V_2 \left(\frac{\Delta_{21}}{\Delta_R} \right) + V_3 \left(\frac{\Delta_{31}}{\Delta_R} \right)$$

Vế phải là tổng của 3 thành phần tạo nên dòng điện I_1 , nếu chỉ có nguồn trên một vòng mắt lưới, các vòng còn lại không có nguồn thì dòng điện I_1 chỉ có một thành phần.

Ví dụ: Hãy tính dòng điện trên điện trở 23Ω của mạch trong hình bằng phương pháp xếp chồng.

Triệt tiêu lần lượt nguồn dòng $20A$ rồi nguồn áp $200V$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

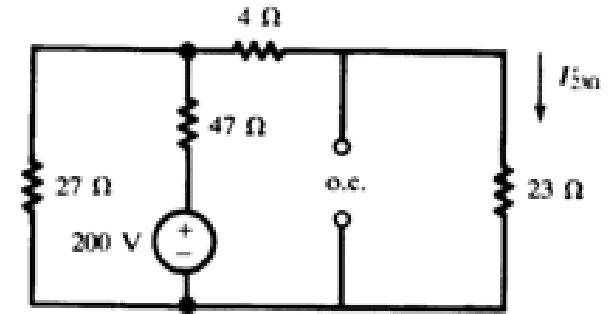
Triệt tiêu lần lượt nguồn dòng 20A

Điện trở tương đương của mạch:

$$R_{tđ} = 47 + \frac{27(4 + 23)}{27 + 4 + 23} = 60,5$$

$$I_T = \frac{200}{60,5} = 3,31$$

$$I'_{23\Omega} = \left(\frac{27}{54}\right) 3,31 = 1,65$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Triệt tiêu lần lượt nguồn áp 200V

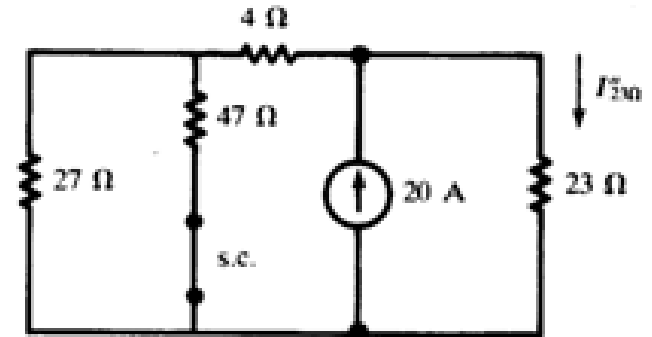
Điện trở tương đương của mạch:

$$R_{td} = 4 + \frac{27 \cdot 47}{27 + 47} = 21,15$$

$$I''_{23\Omega} = \left(\frac{21,15}{21,15 + 23} \right) 20 = 9,58$$

Dòng điện tổng trên điện trở 23Ω:

$$I_{23\Omega} = I'_{23\Omega} + I''_{23\Omega} = 1,65 + 9,58 = 11,23$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

4. ĐỊNH LÝ MẠCH ĐIỆN

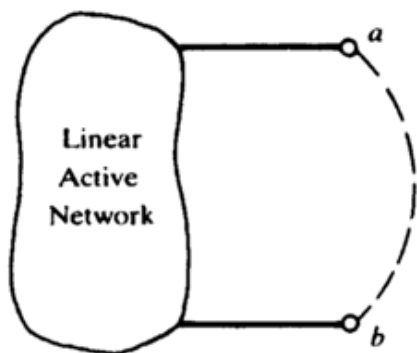
4.1. Định lý Thevenin và Norton

Mạch tuyến tính có một hoặc nhiều nguồn áp, dòng có thể được thay thế bằng một nguồn áp nối tiếp điện trở (định lý Thevenin) hoặc một nguồn dòng song song điện trở (định lý Norton).

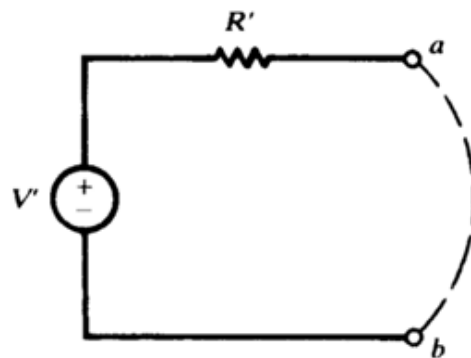
Nguồn áp được gọi là nguồn áp tương đương Thevenin, V' và nguồn dòng được gọi là nguồn dòng tương đương Norton, I' .

Hai điện trở trong nguồn áp Thevenin và nguồn dòng Norton hoàn toàn như nhau, R' .

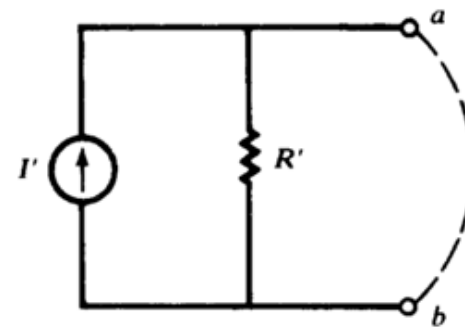
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN



(a)



(b) Thévenin



(c) Norton

Khi hai cực ab trên hình (a) hở mạch, xuất hiện điện áp giữa chúng hình (b), và phải bằng V' của sơ đồ tương đương Thevenin.

Nếu giữa hai cực ab ngắn mạch ở hình (a) (đường nét đứt) xuất hiện dòng điện, bằng dòng điện tương đương Norton hình (c).

Như vậy sơ đồ mạch trên hình (b) và (c) tương đương với cùng mạch điện hình (a), thì chúng tương đương với nhau.

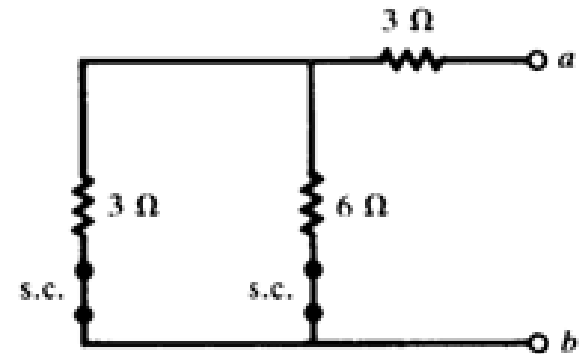
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Điện trở R' là điện trở của mạch khi bỏ hết các nguồn, điện trở tương đương giữa hai cực a và b:

$$R' = 3 + \frac{3.6}{9} = 5$$

Khi ngắn mạch tại các cực ab, dòng điện ngắn mạch I_{sc} do hai nguồn gây nên, xếp chồng các kết quả:

$$I_{sc} = I' = \left(\frac{6}{6+3} \right) \left(\frac{20}{3 + \frac{3.6}{9}} \right) - \left(\frac{3}{3+3} \right) \left(\frac{10}{6 + \frac{3.3}{6}} \right) = 2$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Ví dụ: Hãy tính mạch tương đương

Thevenin và Norton cho mạch

Khi ab hở mạch, hai nguồn áp tạo thành

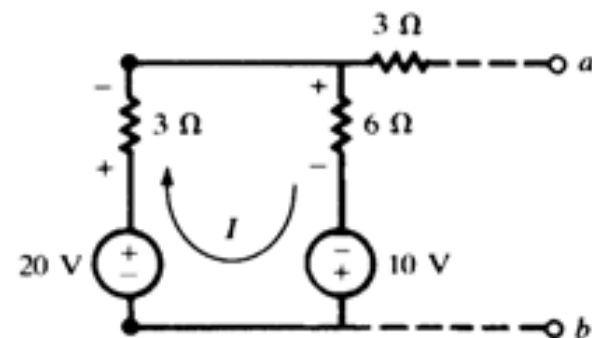
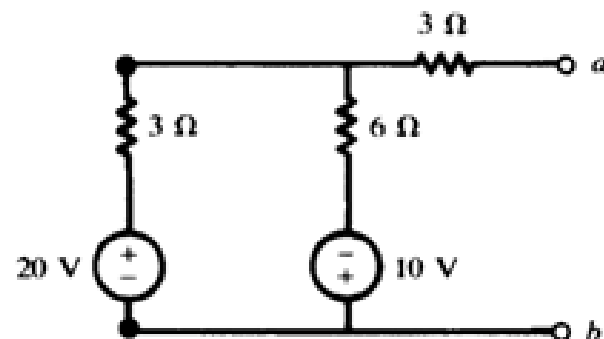
mạch kín có dòng điện qua các điện trở 3Ω và 6Ω

$$I = \frac{20 + 10}{6 + 3} = \frac{30}{9}$$

Điện áp tương đương Thevenin:

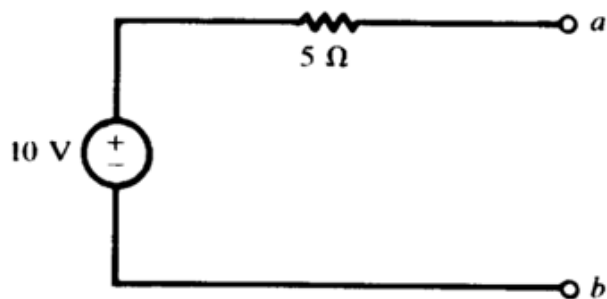
$$V_{ab} = V' = 20 - \left(\frac{30}{9}\right)3 = 10$$

$$V_{ab} = V' = \left(\frac{30}{9}\right)6 - 10 = 10$$

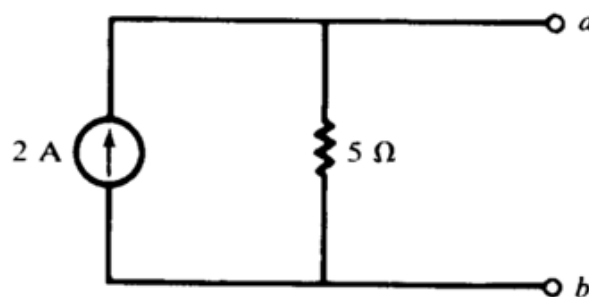


CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Sơ đồ mạch điện tương đương Thevenin và Norton với các giá trị V' , R' và I' được tính riêng biệt. Theo định luật Ohm, nếu biết hai trong số đó có thể tìm được giá trị thứ ba.



(a) Thévenin Equivalent



(b) Norton Equivalent

Các định lý Thevenin và Norton rất hữu dụng khi khảo sát mạch điện với số lượng lớn các tải khác nhau. Sử dụng sơ đồ nguồn áp hoặc nguồn dòng tương đương kết nối lần lượt các tải ta có thể dễ dàng tính được các giá trị dòng áp, công suất trên tải.

CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

4.2. Định lý truyền công suất cực đại

Giả thiết mạch có nguồn là tuyến tính, có thể phân rã thành mạch điện dưới đây:

Khi đó:

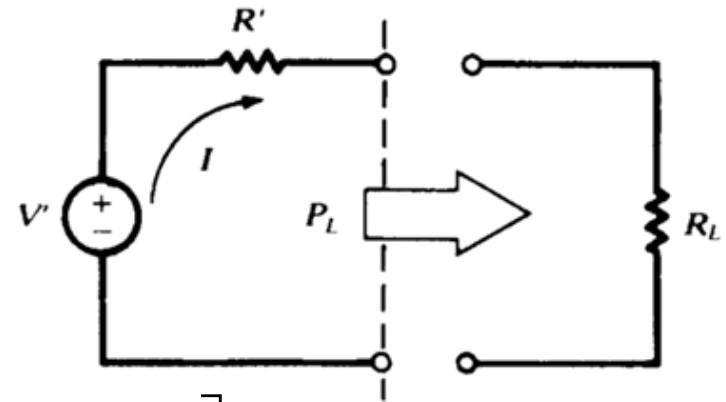
$$I = \frac{V'}{R' + R_L}$$

Công suất tiêu thụ trên điện trở:

$$P_L = \frac{V'^2}{(R' + R_L)^2} R_L = \frac{V'^2}{4R'} \left[1 - \left(\frac{R' - R_L}{R' + R_L} \right)^2 \right]$$

Trong biểu thức của P_L đạt giá trị tối đa $V'^2 / 4R'$ khi $R_L = R'$, trong trường hợp đó công suất trên R' cũng là có giá trị $V'^2 / 4R'$

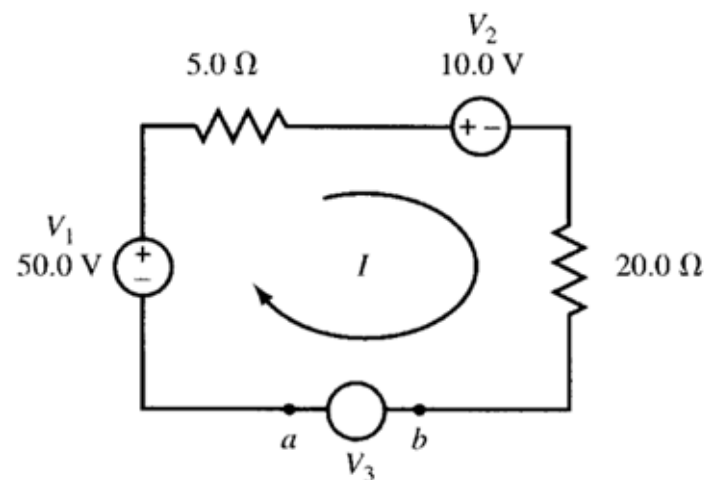
Do đó hiệu suất truyền tải đạt cực đại 50 %.



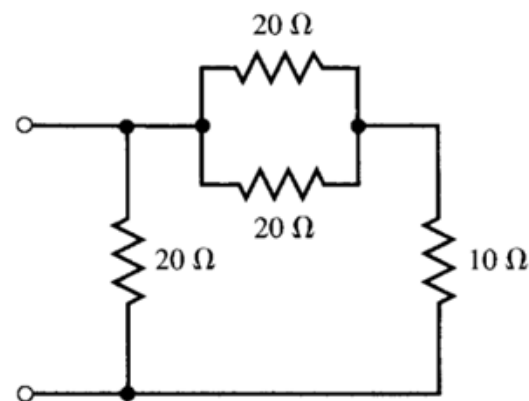
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.1: Xác định giá trị nguồn áp V_3 và cực tính nếu như dòng điện I trong hình có giá trị bằng $0,4\text{ A}$.



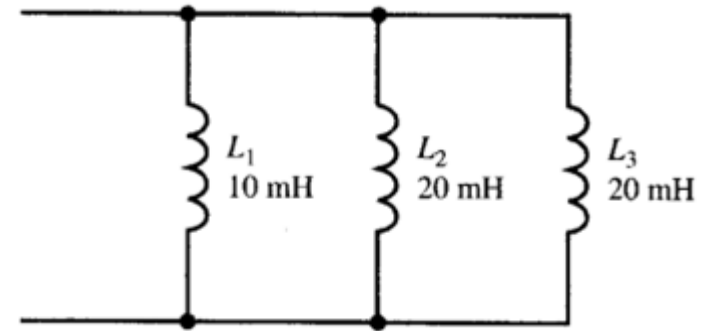
Bài 2.2: Xác định điện trở tương đương của mạch



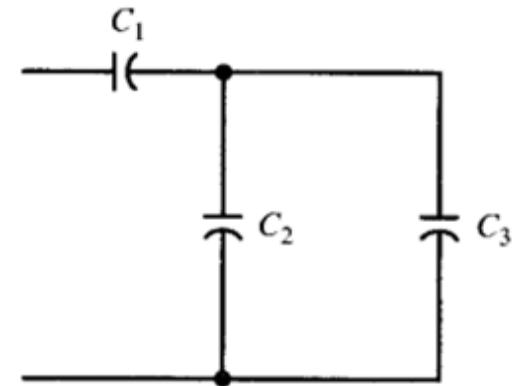
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.3: Xác định giá trị tương đương của mạch ba điện cảm mắc song song



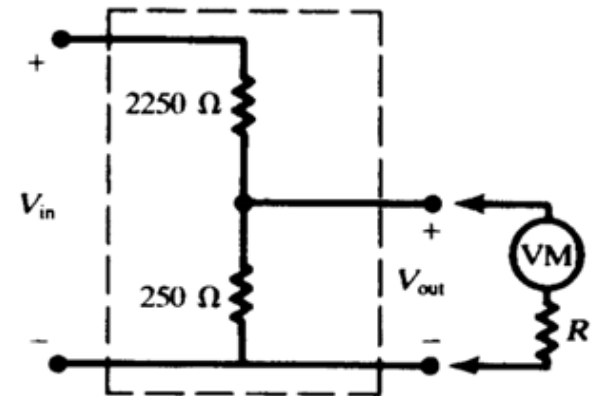
Bài 2.4: Hãy tính điện dung tương đương của mạch điện



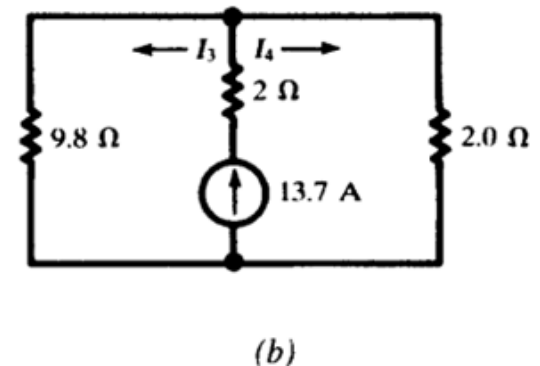
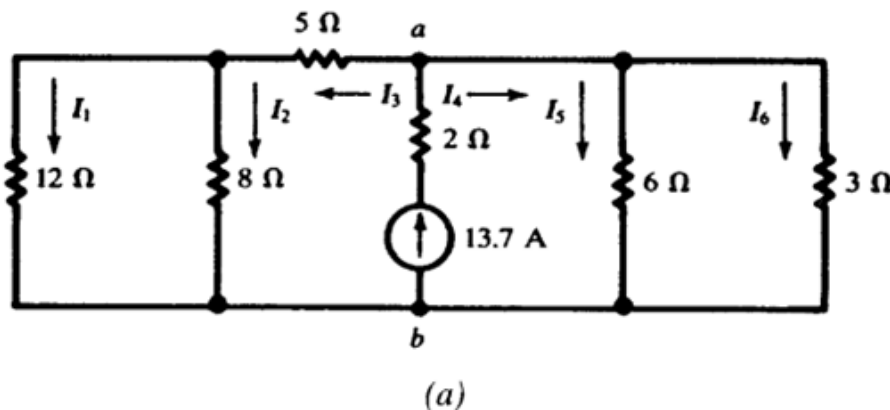
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.5: Mạch điện trên hình bên là mạch phân áp. Hãy xác định tỉ số đối với một số giá trị điện trở R sau đây: a) $R = \infty$; b) $R = 1 \text{ M}\Omega$; c) $R = 10 \text{ k}\Omega$; và d) $R = 1 \text{ k}\Omega$.



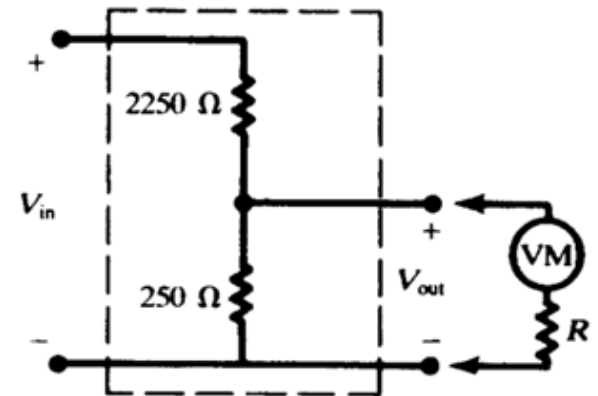
Bài 2.6: Xác định dòng điện trên các nhánh của mạch điện



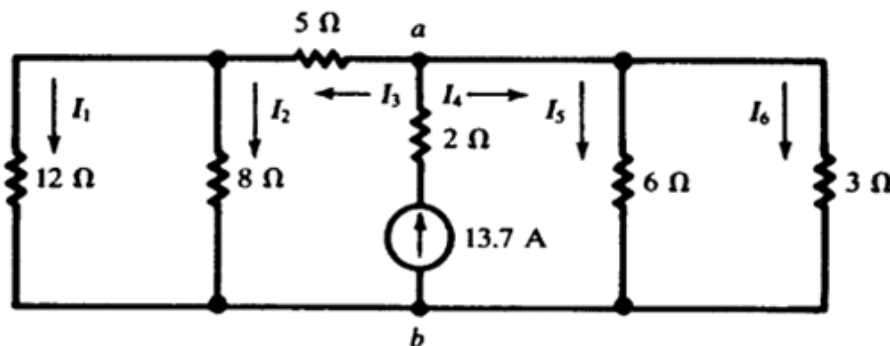
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

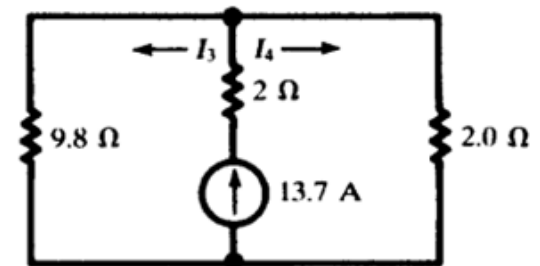
Bài 2.5: Mạch điện trên hình bên là mạch phân áp. Hãy xác định tỉ số đối với một số giá trị điện trở R sau đây: a) $R = \infty$; b) $R = 1 \text{ M}\Omega$; c) $R = 10 \text{ k}\Omega$; và d) $R = 1 \text{ k}\Omega$.



Bài 2.6: Xác định dòng điện trên các nhánh của mạch điện



(a)

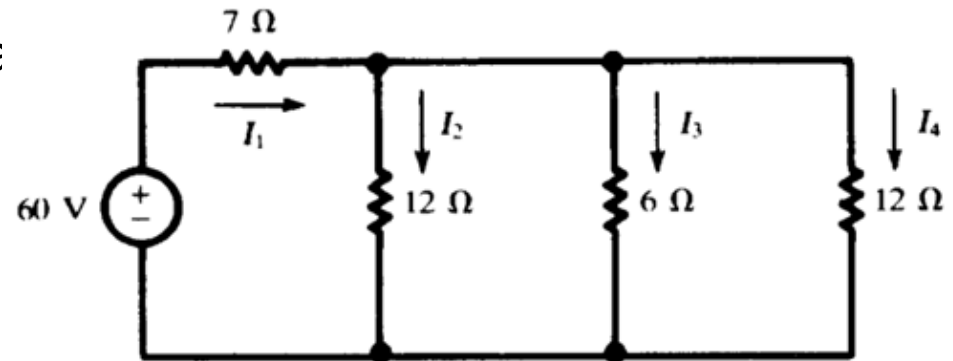


(b)

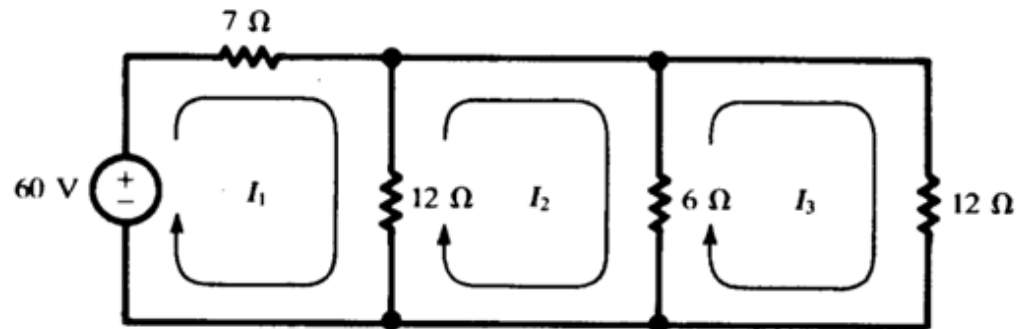
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.7: Sử dụng phương pháp dòng nhánh trong mạch điện hình bên để xác định dòng điện của nguồn áp 6V gây nên.



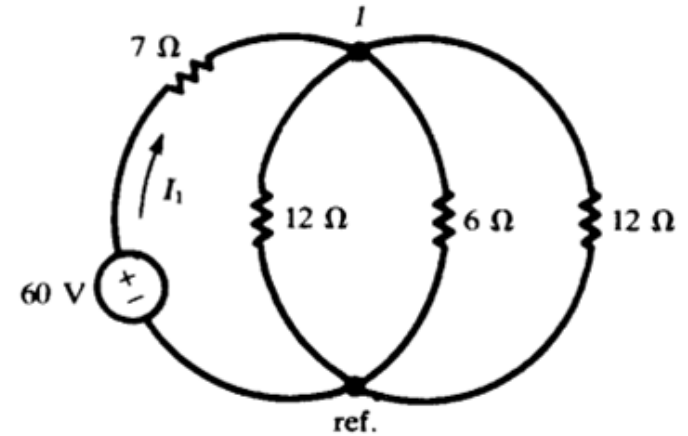
Bài 2.8: Giải bài 2.7 bằng phương pháp dòng mắt lưới



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.9: Phân tích mạch điện trong bài 2.7 và 2.8 bằng phương pháp điện thế nút:



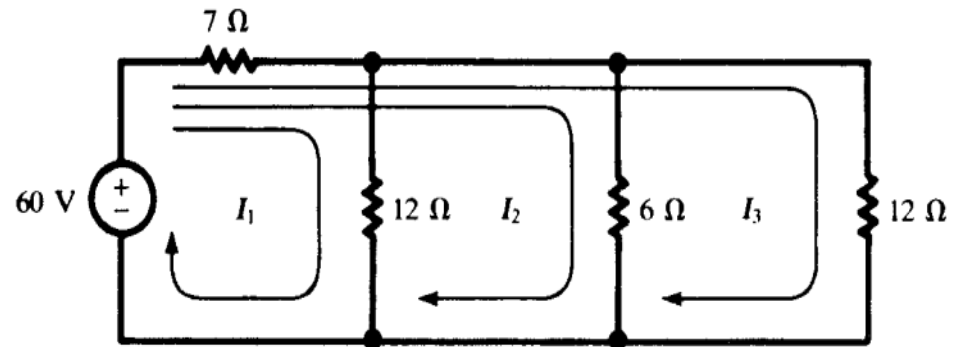
Bài 2.10: Trong bài 2.8, xác định điện trở vào (R_{in}) từ nhánh 1, từ đó tính dòng I_1 .

Bài 2.11: Trong bài 2.8 xác định các điện trở chuyển đổi $R_{tf,12}$ và $R_{tf,13}$ từ đó tính dòng điện I_2 và I_3 .

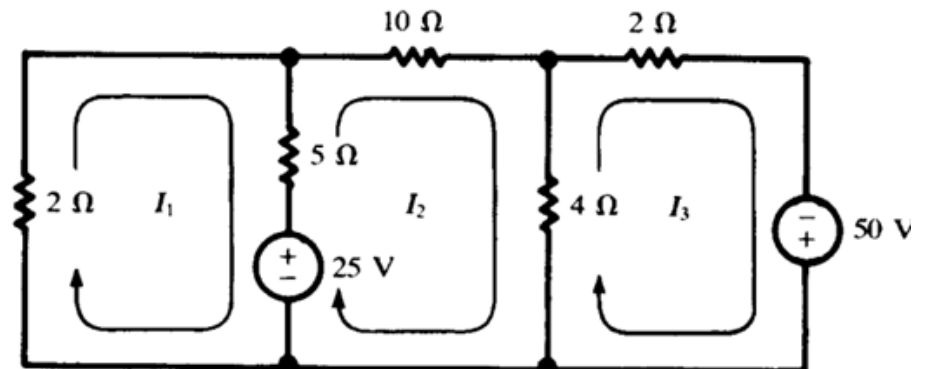
CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.12: Giải mạch bài 2.7 theo phương pháp dòng vòng với các vòng xác định theo hình vẽ.



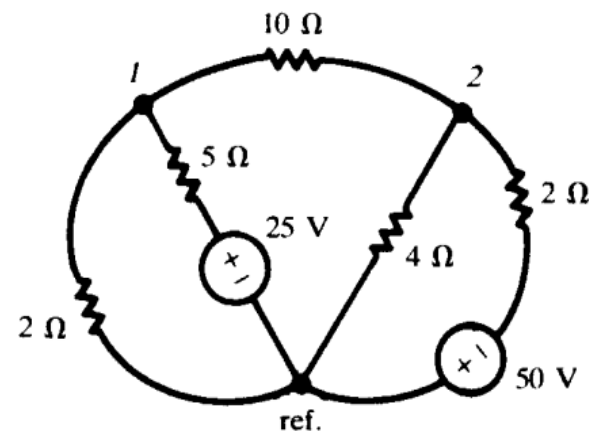
Bài 2.13: Viết phương trình ma trận dòng mắt lưới cho mạch điện sơ đồ hình dưới và giải để tìm dòng điện.



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

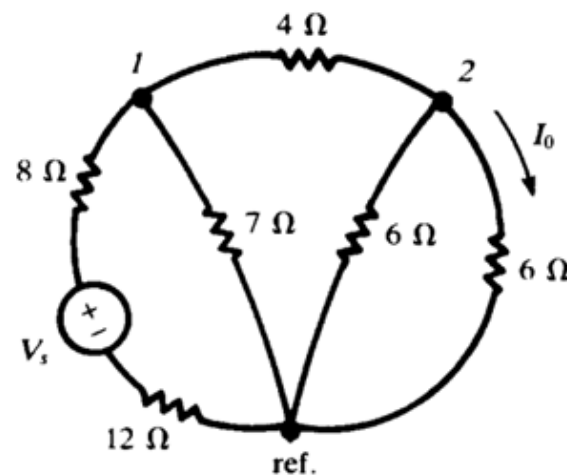
Bài 2.14: Giải mạch điện hình bên bằng phương pháp điện thế nút



Bài 2.15(33): Cho mạch điện trong hình bên.

Hãy xác định V_s để dòng điện có giá trị

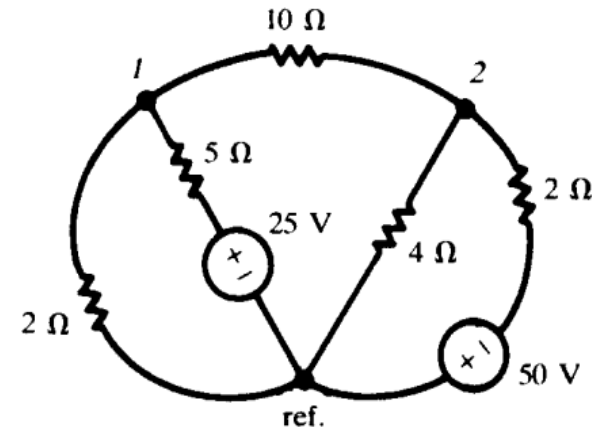
$$I_0 = 7,5 \text{ mA}$$



CHƯƠNG 2 : PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

5. BÀI TẬP

Bài 2.14: Giải mạch điện hình bên bằng phương pháp điện thế nút



Bài 2.15: Cho mạch điện trong hình bên.

Hãy xác định V_s để dòng điện có giá trị

$$I_0 = 7,5 \text{ mA}$$

